Учебное пособие

Теория рынка денег

Автор: Шульгин А.Г.

2002 г.

Содержание

0. Введение

Данное учебное пособие представляет собой конспект лекций по курсу **«Теория денег и финансовых рынков»,** который автор читал и продолжает читать в Нижегородском Филиале ГУ ВШЭ в течение 2000-2002 годов.

Целевая аудитория данного пособия следующая:

- студенты четвертого курса экономических ВУЗов, изучающие теорию денег (монетарную экономику) или другие курсы, с ней связанные
- преподаватели макроэкономики и монетарной экономики
- люди, заинтересованные в подробном изучении процессов, протекающих на рынке денег.
- исследователи, изучающие инфляционный процесс в стране и т.д.

Данное пособие покрывает лишь часть курса монетарной экономики (приблизительно 50%) и считаться полноценным учебником для изучения всех топиков теории денег не может.

Пособие называется «Теория рынка денег», что подразумевает освещение процессов на рынке денег с теоретической точки зрения. Автор предполагает, что насыщение пособия эмпирическими исследованиями будет сделано в будущем при создании полноценного учебника по монетарной экономике.

0.1. Связь с другими разделами экономической теории

Для адекватного восприятия материала предлагаемого пособия читателю понадобятся базовые знания по курсам «Микроэкономика», «Макроэкономика», «Эконометрика», «Высшая математика». В частности очень желательно иметь знания из следующих разделов данных наук:

Высшая математика

- разностные уравнения
- дифференциальное исчисление
- теория вероятности и математическая статистика

Эконометрика

- МНК
- основы анализа временных рядов

Микроэкономика

- теория полезности
- теория риска

Макроэкономика

- теория межвременного выбора
- IS-LM
- AD-AS

Если читатель не имеет знаний в какой-либо из перечисленных областей, некоторые части курса будут для него не ясными.

Отдельные темы данного пособия тесно пересекаются с материалом курса «*Международные финансы*». *Общими темами*, например, являются:

- стерилизация денежного обращения
- оптимальная политика ЦБ на рынках валюты и денег
- замещение валюты и т.д.

Кроме того, в курсе «Международные финансы» используются *инструменты*, подробно описанные в данном пособии:

- спрос на деньги
- уравновешивание рынка денег и т.д.

0.2. Литература

Литература, которую автор использовал при подготовке данного пособия, а читатель может использовать для углубленного анализа рассматриваемых топиков следующая:

1. MacCallum B.T. Monetary Economics: Theory and Policy, Macmillan Publishing Company, NY, 1989. Главы 2, 6, 7.
2. Keizo Nagatani, Advanced Textbooks in Economics, v.10 Monetary Theory, North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1978. Глава 4.
3. Дорнбуш Р., Фишер С. Макроэкономика. М., МГУ/ИНФРА-М, 1997. Главы 1, 5.

Часть 1. Предложение денег

В этой части курса мы проведем анализ факторов, которые могут повлиять на предложение денег, рассмотрим агентов, которые формируют предложение денег, а также методы, которые они используют.

1. Мультипликаторная модель предложения денег

Под *предложением денег* понимают те денежные средства, которые в некоторый момент времени (или в некоторый временной промежуток) имеются у экономических агентов. Традиционно, *спрос на деньги характеризует желание плюс возможности агентов иметь денежные средства, а предложение показывает, сколько этих денежных средств они имеют*.

Мы рассмотрим наиболее типичную двухуровневую банковскую систему. Первый уровень представлен Центральным Банком (ЦБ). Второй уровень состоит из системы коммерческих банков.

Разделим всех агентов, участвующих в формировании предложения денег на три группы:

1. **Центральный банк.** Является главным регулирующим органом в плане организации денежного обращения в стране. Устанавливает основные нормативы для коммерческих банков и других инвестиционных организаций. Законодательно не зависит от правительства. Реализует самостоятельную денежно-кредитную политику. Осуществляет клиринг коммерческих банков. Обычно не работает с предприятиями и физическими лицами, являясь кредитором в последней инстанции (кредитор банков)
2. **Система коммерческих банков**. Основная функция КБ состоит в аккумулировании средства физических и юридических лиц и предоставлении ссуд тем, кто в них нуждается, предпринимателям, фирмам, физическим лицам. То есть коммерческие банки обеспечивают «встречу спроса и предложения» на рынке заемных средств. Получают прибыль на разности ставок процента по собранным депозитам и выданным ссудам.
3. **Публика.** В нее входят все остальные агенты в экономике, которые пользуются деньгами (предъявляют спрос на деньги): ДХ, фирмы, правительство, иностранные агенты (в том числе и иностранные ЦБ). Публика это те агенты, которые согласны держать часть собственных активов в денежной форме.

1.1. Балансы агентов

Рассмотрим упрощенные балансы каждой группы агентов:

ЦБ

А	*П*
GCR	C
$Cred(i_{ref})$	R
B_{CB}	
Прочие активы	Прочие пассивы

КБ

А	*П*
R	D
$Credits$	$Cred(i_{ref})$
Прочие активы	Прочие пассивы

Публика

А	*П*
C	$Credits$
D	B_{CB}
	GCR
Прочие активы	Прочие пассивы

Здесь:

GCR золотовалютные резервы центрального банка

$Cred(i_{ref})$ кредиты, которые коммерческие банки берут у центрального под ставку рефинансирования

B_{CB} ценные бумаги правительства, которые находятся во владении ЦБ

C наличность в обращении, то есть вне ЦБ и системы КБ

R резервы коммерческих банков в ЦБ

$Credits$ кредиты и ссуды, выданные коммерческими банками публике

D депозиты публики в коммерческих банках

1.2. Цели агентов

Коротко рассмотрим цели, задачи и поведение каждого из агентов в рамках приведенной схемы:

ЦБ. *Основной целью ЦБ является макроэкономическая стабилизация национальной экономики*. Центральный банк выпускает в обращение банкноты (его обязательства), которые либо оседают на руках у публики (наличность в обращении C), либо находятся во владении КБ (резервы КБ R). Чаще всего резервы КБ являются лишь записями на счетах коммерческих банков в ЦБ и физически не покидают пределов хранилищ ЦБ. Обычно ЦБ держит большую часть долга правительства $\boldsymbol{B_{CB}}$, являясь его крупнейшим кредитором. ЦБ выдает кредиты коммерческим банкам под установленную им же ставку рефинансирования. Для проведения независимой политики на рынке валюты ЦБ держит довольно значительную часть своих активов в иностранной валюте. ЦБ является основным источником инноваций, так как способен легко изменить количество своих активов и пассивов. *Простая покупка ценных бумаг правительства или валюты вызовет приток наличности в экономику (и приток резервов в систему КБ)*

КБ. *Коммерческий банк является финансовой структурой, которая направлена на создание ценности для ее владельцев*. КБ собирают депозиты физических и юридических лиц D, и выдают собранные средства в виде кредитов и ссуд предпринимателям и фирмам, которые в них нуждаются. Основную прибыль они получают на разности ставок процента по депозитам и ссудам. ЦБ заставляет КБ держать часть своих активов в ликвидной форме (резервах), что приводит к уменьшению прибыли банков, однако, как считается, увеличивает устойчивость всей финансовой системы к паническим настроениям публики. Общие резервы КБ часто условно разбивают на нормативные резервы NR (normative reserves) и избыточные резервы ER (excess reserves):

$$R = NR + ER \tag{1.1}$$

Нормативными резервами считают резервы, наличия которых требует от КБ ЦБ, устанавливая различные нормативы на различные виды депозитов. Объем резервирования зависит от видов собранных депозитов. Подробнее о выборе КБ смотри ниже.

Публика. Цели публики могут быть разнообразными, как и ее состав, ведь публика состоит из всех хозяйствующих субъектов, от ДХ до правительства. Публика держит свои *денежные* активы в виде наличности C и депозитов D в КБ. В пассиве публики находятся кредиты, выданные КБ предпринимателям, ценные бумаги на руках у КБ (на схеме включены в $Credits$) и ценные бумаги правительства на руках у ЦБ B_{CB}. Необходимо заметить, что далеко не все ценные бумаги, выпущенные агентами публики, входят в ее пассив, а лишь только те, которые держат КБ и ЦБ. *Взаимные требования одних агентов публики к другим агентам публики в расчет не идут* (так как «сокращаются» при агрегировании).

Из балансов видно, что каждой статье пассива каждого из агентов соответствует точно такая же статья в активе другого агента. Это означает, что система замкнутая и у нее нет ни обязательств, ни требований к агентам, не входящим в перечисленные 3 группы агентов. Это достигается путем включения в публику всех иностранных агентов.

1.3. Основные определения

Денежной массой будем называть сумму наличности в обращении и депозитов.

$$M = C + D \tag{1.2}$$

В статистике можно найти данные по различным денежным агрегатам. Дело в том, что в понятие «депозит» можно включать различные виды счетов, различающихся по доходности и ликвидности.

Практически во всех странах выделяют:

- **M1** включает текущие депозиты (расчетные счета и счета до востребования) небольших размеров, дорожные чеки и некоторые другие счета типа NOW.

- **M2** включает в добавок текущие депозиты большого размера и срочные депозиты (снятие в определенный момент времени).

Есть еще более широкие определения денежной массы (M3, M4 и т.д.) однако в анализе обычно используют либо M1 либо M2. Для развитых экономик более информативный показатель это M2, а для развивающихся M1. Хотя в России часто используют агрегат M2.

В нашей модели мы не делаем разделения депозитов на данные типы, рассматривая их как однородную массу.

Активы ЦБ называют *деньгами повышенной мощности (high powered money)* или *денежной базой*. Мы можем записать уравнение для денежной базы через условие равенства активов и пассивов ЦБ.:

$$H = C + R \tag{1.3}$$

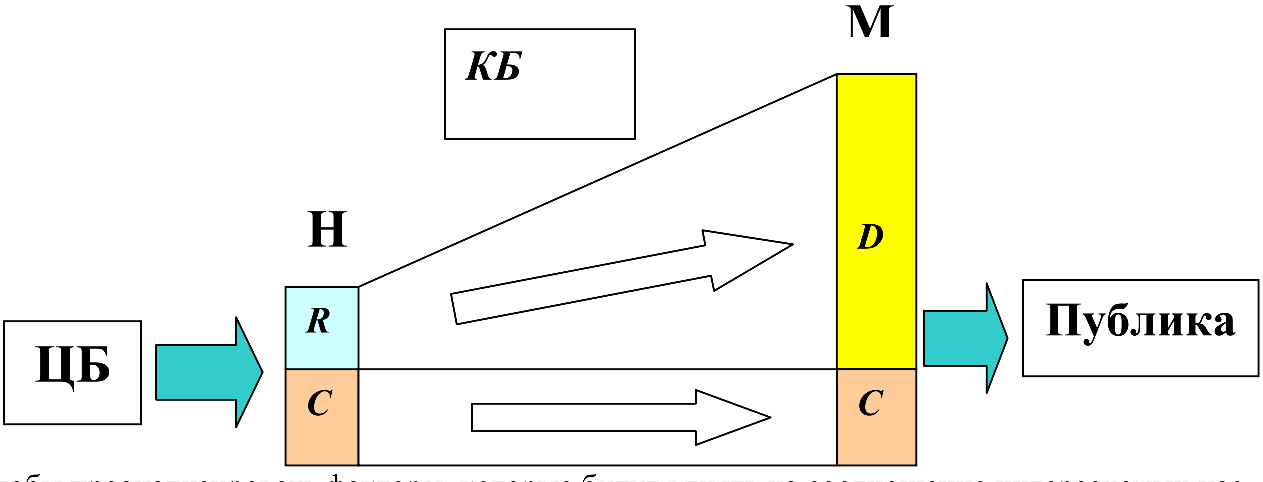
Далее, говоря о деньгах повышенной мощности, будем иметь в виду определение (1.3).

Центральный банк может управлять деньгами повышенной мощности, влияя при этом на денежную массу.

1.4. Модель

Исходным элементом модели является управление своими активами ЦБ. Управляя своими активами, ЦБ изменяет количество банкнот на руках населения и создает стимулы для публики и КБ по созданию депозитов.

Как было отмечено выше, часть выпущенных ЦБ банкнот остается в системе коммерческих банков в виде резервов R, часть попадает на руки населения C.



Чтобы проанализировать факторы, которые будут влиять на соотношение интересуемых нас переменных необходимо проанализировать поведение коммерческих банков и публики.

1.4.1. Поведение публики

Публикой мы назвали тех агентов, которые держат деньги у себя на руках. Подробно отношение различных агентов публики к деньгам анализируется в теме спроса на деньги. В данном разделе мы затронем немного другой аспект. Мы уже заметили, что под предложением денег мы понимаем ту сумму, которые агенты *имеют* в денежной форме в некоторый период времени.

Поэтому анализ спроса на деньги нам помочь не может, так как нам нужно понять *не то, сколько денег в деньгах хочет держать публика*, *а то, в чем публика предпочитает держать те средства, которые она вынуждена иметь в деньгах.* Попробуем ответить на этот вопрос.

1.4.1.1. Активы публики

У агентов публики имеются, по большому счету, есть 2 альтернативы: держать денежные средства либо в наличности C, либо в депозитах D. Каждый из агентов публики по-своему решит задачу распределения денежных средств, причем для некоторых агентов решения будут глубоко обоснованным и продуманным (например, крупные корпорации, в которых над задачей оптимального управления ликвидностью работают целые подразделения), а у других будут достаточно произвольными (бабуля может положить наличность в банк, а может не положить, руководствуясь случайным советом невежды). Просуммировав решения всех агентов, получим некоторый спрос на наличность и некоторый спрос на депозиты.

Как мы уже подчеркнули, случайные факторы в определении этих переменных присутствуют, но в среднем *выбор публики при прочих равных условиях будет достаточно стабильным* от периода к периоду (иначе анализировать тут нечего). В модель данную стабильность мы инкорпорируем, определив отношение наличности к депозитам, которое назовем *нормой депонирования*: $cr = \frac{C}{D}$ (cash ratio).

Думаю читателю уже понятно, что само значение cr - есть величина скорее структурная (зависящая от структуры экономики) и институциональная (зависящая от основных институтов в стране). Это приводит к тому, что значительная сумма денежных средств лежит в наличности (или на депозитах) *и ни при каких условиях не может перейти из одной формы в другую*. Однако другая (хотя и меньшая) часть денежных средств может менять свою форму (переходить из наличности в депозиты, и наоборот) в зависимости от некоторых факторов. Рассмотрим факторы, которые влияют на норму депонирования.

Если агент, имея некоторые денежные средства, решает в чем держать средства: в наличности или на депозите, то для анализа такой ситуации мы должны воспользоваться *портфельным анализом*.

Известно, что для анализа различных активов обычно используют три основные характеристики активов: *ожидаемую реальную доходность актива* r_{t+1}^e, *рискованность актива* σ_t *и ликвидность актива* l_t. Понятие ликвидности становится очень расплывчатым при выборе между наличностью и депозитами (обе переменные входят в состав денег), поэтому рассмотрим две оставшиеся переменные.

M

	r_{t+1}^e	σ_{t+1}
C	$-\pi_{t+1}^e$	σ_π
D	$i_D - \pi_{t+1}^e$	$\sigma_\pi + \sigma_{банк}$

Здесь σ_π - инфляционный риск (риск неожиданно высокой инфляции), $\sigma_{банк}$ - риск неспособности банка *вовремя* обналичить депозит. $\sigma_{банк}$ может быть разделен на более фундаментальные риски, но сейчас мы не будем в это углубляться.

Ожидаемая реальная доходность наличности отрицательна из-за ожидаемого повышения уровня цен (ожидаемой инфляции). Ожидаемая реальная доходность депозитов может быть как отрицательной, так и положительной, что зависит от того, превышает ли ставка по депозитам i_D ожидаемую инфляцию π_{t+1}^e.

Очевидно, что ожидаемая инфляция и инфляционный риск одинаково воздействуют как на наличность, так и на депозиты, поэтому могут быть исключены из анализа.

Оставшиеся 2 параметра однозначно влияют на cr: $cr = cr(i_D, \sigma_{банк})$, где $cr_1 < 0, cr_2 > 0$. Увеличение ставки по депозитам i_D уменьшает привлекательность вложения денежных средств в наличность и уменьшает cr. Увеличение риска наличия проблем банков $\sigma_{банк}$ приводит к оттоку средств с депозитов коммерческих банков и увеличению cr.

1.4.1.2. Пассивы публики

Теперь разберемся с пассивами публики. В пассиве публики стоят кредиты, взятые у коммерческих банков $Credits$, ценные бумаги, купленные ЦБ у правительства B_{CB}, а также золотовалютные резервы GCR ЦБ. Будем считать, что все пассивы публики зависят от активов других агентов. То есть покупка золотовалютных резервов зависит от ЦБ, взятие кредитов у КБ зависит от того, сколько кредитов КБ захотят (смогут) выдать публике, и, наконец, долг правительства перед ЦБ также зависит от желания ЦБ покупать или продавать ценные бумаги правительства. Данная предпосылка очень не далека от действительности большинства экономик (как развитых, так и развивающихся).

1.4.1.3. Итог

Подытожим все сказанное о поведении публики:

- Публика будет иметь столько наличности, сколько захочет ЦБ и КБ (решение КБ будет зависеть от решения ЦБ (см. дальше), а решение ЦБ, в принципе, ни от кого не зависит)
- Публика сформирует спрос на банковские депозиты исходя из своих предпочтений владения наличностью и депозитами (cr)

- Агенты публики возьмут столько кредитов у коммерческих банков, сколько последние захотят (смогут) им выдать.

1.4.2. Поведение коммерческих банков

Как уже отмечалось, коммерческий банк – организация, заинтересованная в получении прибыли для создания ценности для его владельцев.

Понятно, что КБ заинтересован иметь в своем активе наиболее доходные и наименее рискованные активы, а в своем пассиве наименее доходные активы. Это приносит ему наибольшую прибыль. Кратко остановимся на управлении активами и пассивами КБ

1.4.2.1. Активы КБ

Активы КБ состоят из резервов R и той группы активов, которые приносят КБ наибольшую прибыль ($Credits$). В $Credits$ входят:

- ссуды, выданные предпринимателям, фирмам, физическим лицам и т.д.
- ценные бумаги, выпущенные публикой (фирмами, правительствами, иностранцами)

Коротко коснемся процесса управления активами КБ.

ЦБ требует от КБ держать часть своих активов в виде резервов. Эти резервы называются *обязательными резервами* NR (normative reserves). ЦБ устанавливает норматив резервных требований, который определяет соотношение обязательных резервов и величины депозитов банка nr (normative rate): $nr = \frac{NR}{D}$. Нормативные резервы не приносят КБ никакой прибыли и не могут быть использованы для кредитования агентов в экономике. Для КБ это неприятность, с которой они вынуждены мириться. Для ЦБ – это некоторая гарантия возможности остановить панику среди населения, а также не допустить цепочки банкротств, когда банкротство одного крупного банка может привести к банкротству других связанных с ним банков.

Физически нормативные резервы не покидают пределов ЦБ. В сейфах и тайниках ЦБ всегда имеется некоторый запас напечатанных купюр (которые не являются деньгами до того, как обретут своего владельца). Часть купюр считается деньгами, так как формально принадлежат КБ. Формально потому, что КБ не может напрямую распоряжаться принадлежащей ему суммой.

Каждый КБ кроме обязательных резервов имеет некоторую сумму наличности в кассе, которую называют избыточными резервами ER (excess reserves). Данные резервы используются КБ в целях проведения ежедневных операций с наличностью (закрытие депозитов, выдача ссуд наличными и т.д.). Чем больше наличности в кассе банка, тем меньше проблем с этими операциями. Однако каждый рубль в кассе – это потерянные проценты на не выданных ссудах. Поэтому КБ должен искать некоторое оптимальное соотношение наличности и $Credits$.

Пусть величина кредита у ЦБ не влияет на спрос банка на избыточные резервы (например, будем считать, что КБ берет ссуду у ЦБ под ставку рефинансирования, только тогда, когда есть возможность выдать качественную ссуду под более высокий процент). Тогда единственной величиной, влияющей на избыточные резервы, будут депозиты банка D.

В величине спроса на избыточные резервы КБ выделим две составляющие:

1. Неизменная составляющая спроса на избыточные резервы. При любых значениях экономических переменных некоторая сумма денег должна оставаться в кассе. Обозначим данную величину $\overline{ER}$. Чем больше банк имеет депозитов, тем больше спрос на неизменную кассу. Далее будем полагать, что существует некоторое стабильное соотношение между этими величинами: $\overline{er} = \dfrac{\overline{ER}}{D}$, которое показывает, какую часть от депозитов КБ держит в кассе, независимо ни от чего. Назовем $\overline{er}$ *нормой неизменных избыточных резервов*.

2. Изменчивая составляющая спроса на избыточные резервы. Банк может предпочесть держать часть своих активов в избыточных резервах потому, что экономические условия делают это выгодным. Обозначим эту часть $\widetilde{ER}$.

Если $\overline{ER}$ есть по определению «касса», то $\widetilde{ER}$ *могут держаться КБ либо в виде кассы, либо в виде счетов в ЦБ*. Последние - это счета КБ в ЦБ в чем то схожие с обязательными резервами NR, за тем приятным для КБ исключением, что на них начисляются проценты, и они могут быть отозваны из ЦБ по истечении срока, на который были положены. $\widetilde{ER}$ в виде кассы также приносят немалую пользу для банка. Чем больше денег лежит в кассе, тем меньше затраты на систему контроля за наличностью, меньше трансакционные издержки продажи ценных бумаг, тем больше удобства для клиентов (например, возможность снимать за один раз большую сумму) и т.д.

КБ сравнивает положительный эффект от лишнего рубля резервов с отрицательным эффектом, состоящем в «не полученных процентах на не выданную ссуду». Мы не приводим формальной модели выбора банка величины $\widetilde{ER}$. Отметим лишь факторы, которые могут повлиять на выбор оптимальной величины избыточных резервов $\widetilde{ER}$:

- Величина депозитов D. Чем больше депозитов имеет КБ, тем больше спрос на $\widetilde{ER}$. Далее будем считать, что данный спрос *пропорционален* величине депозитов, а соотношение $\widetilde{er} = \dfrac{\widetilde{ER}}{D}$ назовем *нормой изменчивых избыточных резервов*. Далуе будем анализировать поведение этой нормы
- Ставка процента по кредитам и ссудам i_{cred}. Чем выше эта ставка, тем выше альтернативные издержки держания избыточных резервов, тем меньше $\widetilde{er}$
- Рискованность вложения в ценные бумаги и выдачи ссуд σ_{cred}. Чем выше σ_{cred}, тем ниже привлекательность выдачи ссуди и покупки ценных бумаг банком, тем больше средств банк будет хранить в $\widetilde{ER}$, тем выше $\widetilde{er}$

- Ликвидность ссуд и ценных бумаг l_{cred}. Чем ниже затраты на покупку и продажу ценных бумаг, чем проще возвратить средства из выданной ссуды, тем менее привлекательно держать активы в резервах, тем меньше $\widetilde{er}$

Подытожим все сказанное о выборе резервов КБ:

Резервы мы разбили на 3 составляющие:

$$R = NR + \overline{ER} + \widetilde{ER} \tag{1.4}$$

Каждая составляющая резервов пропорциональна величине депозитов, и мы можем переписать (1.4) в виде норм, разделив (1.4) на D:

$$rr = \frac{R}{D} = \frac{NR + \overline{ER} + \widetilde{ER}}{D} = nr + \overline{er} + \widetilde{er} \tag{1.5}$$

последняя норма есть функция от:

$$\widetilde{er} = \widetilde{er}(i_{cred}, \sigma_{cred}, l_{cred}) \qquad \widetilde{er}_1 < 0, \widetilde{er}_2 > 0, \widetilde{er}_3 < 0 \tag{1.6}$$

1.4.2.2. Пассивы КБ

В отличие от публики КБ может в некоторой степени управлять своими пассивами. Депозиты КБ определяются публикой, которая решает, сколько денег держать на счетах КБ, но величина кредитов у ЦБ $Cred(i_{ref})$ зависит от КБ. Далеко не всегда КБ берут кредиты у ЦБ (либо дороговизна кредита, либо по соображениям сохранения репутации, и т.д.), но если они берут, то выбор КБ будет зависеть от величины ставки рефинансирования. А если точнее, то от разности ставки рефинансирования и ставки процента на альтернативные источники для КБ $(i_{ref} - i)$. Чем эта разность, тем меньше спрос КБ на кредиты у ЦБ:

$$Cred(i_{ref}) = f(i_{ref} - i) \qquad f_1 < 0$$

Обычно величина всех кредитов, взятых у ЦБ под ставку рефинансирования много меньше величины собранных депозитов КБ $Cred(i_{ref}) << D$, поэтому влияние ставки рефинансирования на предложение денег будет довольно ограниченным, но о нем не нужно забывать.

1.4.3. Мультипликатор

Поняв, от чего зависит выбор КБ и публики, рассмотрим основные соотношения между введенными интересующими нас переменными.

Разделим денежную массу на денежную базу $\frac{M}{H} = \frac{C + D}{C + R}$. Числитель и знаменатель дроби разделим на величину депозитов D:

$$\frac{M}{H} = \frac{C/D + D/D}{C/D + R/D} \tag{1.7}$$

Нетрудно заметить, что в правой части стоят те самые соотношения, которые мы только что исследовали и нашли достаточно стабильными, следовательно, вся дробь будет достаточно стабильной. Данное соотношение называют *денежным мультипликатором* μ:

$$\mu = \frac{M}{H} = \frac{cr+1}{cr+rr} \tag{1.8}$$

Оказывается, что отношение денежной массы и денежной базы (μ) на первый взгляд достаточно стабильно. Это позволяет надеяться на то, что с помощью изменения денег повышенной мощности H ЦБ может предсказуемо управлять денежной массой M .

Рассмотрим факторы, которые влияют на величину мультипликатора μ

$$\mu = \frac{cr(i_D, \sigma_{банк}) + 1}{cr(i_D, \sigma_{банк}) + nr + \overline{er} + \widetilde{er}((i_{cred}, \sigma_{cred}, l_{cred})}$$

запишем функцию мультипликатора в следующем виде:

$$\mu = \mu(cr(i_D, \sigma_{банк}), nr, \overline{er}, \widetilde{er}((i_{cred}, \sigma_{cred}, l_{cred})) \tag{1.9}$$

Мы знаем, что

$$\frac{\partial\mu}{\partial cr} < 0, \frac{\partial\mu}{\partial nr} < 0, \frac{\partial\mu}{\partial \overline{er}} < 0, \frac{\partial\mu}{\partial \widetilde{er}} < 0$$

$$cr_1 < 0, cr_2 > 0 \tag{1.10}$$

$$\widetilde{er}_1 < 0, \widetilde{er}_2 > 0, \widetilde{er}_3 < 0$$

Запишем полный дифференциал (1.9):

$$d\mu = \frac{\partial\mu}{\partial cr} \cdot (cr_1 \cdot di_D + cr_2 \cdot d\sigma_{банк}) + \frac{\partial\mu}{\partial nr} \cdot dnr + \frac{\partial\mu}{\partial \overline{er}} \cdot d\overline{er} + \frac{\partial\mu}{\partial \widetilde{er}} \cdot (\widetilde{er}_1 \cdot di_{cred} + \widetilde{er}_2 \cdot d\sigma_{cred} + \widetilde{er}_3 \cdot dl_{cred})$$

Предположим, что структура процентных ставок в экономике жесткая ($di_D = di_{cred} = di$), риски в экономике связаны через более фундаментальные риски, например политический риск (то есть $d\sigma_{банк} = d\sigma_{cred} = d\sigma$), а ликвидность банковских активов равна ликвидности активов в экономике ($dl_{cred} = dl$). В этом случае полный дифференциал можно записать в следующем виде:

$$d\mu = (\frac{\partial\mu}{\partial cr} \cdot cr_1 + \frac{\partial\mu}{\partial \widetilde{er}} \cdot \widetilde{er}_1) \cdot di + (\frac{\partial\mu}{\partial cr} \cdot cr_2 + \frac{\partial\mu}{\partial \widetilde{er}} \cdot \widetilde{er}_2) \cdot d\sigma + \frac{\partial\mu}{\partial \widetilde{er}} \cdot \widetilde{er}_3 \cdot dl + \frac{\partial\mu}{\partial nr} \cdot dnr \tag{1.11}$$

В (11) коэффициенты при дифференциалах имеют следующие знаки:

$$(\frac{\partial\mu}{\partial cr} \cdot cr_1 + \frac{\partial\mu}{\partial \widetilde{er}} \cdot \widetilde{er}_1) > 0$$

$$(\frac{\partial\mu}{\partial cr} \cdot cr_2 + \frac{\partial\mu}{\partial \widetilde{er}} \cdot \widetilde{er}_2) < 0 \tag{1.12}$$

$$\frac{\partial\mu}{\partial \widetilde{er}} \cdot \widetilde{er}_3 > 0$$

поэтому можно записать, что:

$$\mu = \mu(i, \sigma, l, nr) \text{, где } \mu_1 > 0, \mu_2 < 0, \mu_3 > 0, \mu_4 < 0 \tag{1.13}$$

В уравнении (1.13) первые 3 фактора являются экзогенными к модели предложения денег, а фактор 4 является переменной управления ЦБ.

Уравнение (1.13) показывает, что мультипликатор не зависит от денежной базы H. Таким образом, любую попытку ЦБ изменить денежную массу можно записать в виде:

$$\Delta M = \Delta H \cdot \mu \tag{1.14}$$

Базовая модель предсказывает независимость изменения денежной базы и мультипликатора, однако, как мы увидим далее, в процессе подстройки под новое равновесие системы мультипликатор становится зависимым от денежной базы.

1.4.4. Мультипликативная подстройка

Рассмотрим процесс подстройки системы под новое равновесие.

Пусть в первоначальном состоянии публика держит наличность и имеет депозиты в той пропорции, в которой ей выгодно, КБ также имеют нужное им $\widetilde{er}$. Формула (1.8) определения мультипликатора верна.

Пусть теперь ЦБ покупает ценные бумаги у одного из агентов публики ценные бумаги правительства (ГКО) на сумму N. Пусть оплата производится зачислением денег некоторому репрезентативному *агенту 1* из публики на счет в *банке 1*. В первоначальный момент времени система выходит из равновесия. Мультипликатор в экономике падает, так как денежная масса и денежная база увеличились на одинаковую величину $\Delta M = \Delta H = N$. Следовательно

$$\mu' = \frac{M}{H} = \frac{M_0 + N}{H_0 + N} < \mu_0 = \frac{M_0}{H_0} = \frac{1 + cr}{cr + rr} \tag{1.15}$$

Далее начинается подстройка системы под новое равновесие. Рассмотрим алгоритм подстройки:

1. *Агент 1* (считаем его *репрезентативным агентом публики*) снимает часть денег со счета, чтобы восстановить предпочтительное для него отношение cr. Из N на его счету он снимет $\frac{cr}{1+cr} \cdot N$ в виде наличности, оставив на депозите $\frac{1}{1+cr} \cdot N$

2. *Банк 1* в итоге имеет прирост резервов (перечисленных ЦБ на счет этого банка в момент продажи его клиентом облигаций за вычетом снятых агентом 1 средств) в размере $\Delta R = \Delta D = \frac{1}{1`+cr} \cdot N$. При этом спрос банка на резервы при данном увеличении депозитов составит лишь $\Delta R^D = \Delta D \cdot rr = \frac{rr}{1+cr} \cdot N$. Поэтому банк постарается избавиться от остальных резервов путем выдачи этих денег в ссуду *предпринимателю 1*. Величина ссуды составит $\Delta Credits = \Delta R - \Delta R^D = \frac{1}{1+cr} \cdot N - \frac{rr}{1+cr} \cdot N = \frac{1-rr}{1+cr} \cdot N$. Для определенности предположим, что банк выдает ссуду наличными.

3. *Предприниматель 1* взяв ссуду, обменяет эти деньги на товар (инвестиционный или потребительский – не имеет значения). *Агент 2*, продавший *предпринимателю 1* этот товар получит вместо товара деньги (для определенности предположим, что деньги поступают на счет *агента 2* в *банке 2*).

4. Переход к пункту 1. С учетом того, что сумма, которая зачисляется на счет *агента 2,* составляет $\frac{1-rr}{1+cr}\cdot N$.

Теоретически данный рекуррентный процесс будет идти бесконечно. Рассмотрим для получения конкретных цифр следующий цифровой пример: $cr = 0.25, rr = 0.2, N = 100$. По этим данным можно вычислить мультипликатор $\overline{\mu} = 2.(7)$.

В таблице 1.1 подытожим результаты этого итерационного процесса:

Номер итерации (агента) i и банка j	ΔD_i	ΔC_i	ΔR_j	$\Delta Credits_j$	ΔM_i
1	80	20	16	64	100
2	51,2	12,8	10,24	40,96	64
3	32,768	8,192	6,5536	26,2144	40,96
4	20,97152	5,24288	4,194304	16,77722	26,2144
5	13,4217728	3,355443	2,684355	10,73742	16,77722
6	8,589934592	2,147484	1,717987	6,871948	10,73742
7	5,497558139	1,37439	1,099512	4,398047	6,871948
….					
$\sum_{i=1,j=1}^{\infty}\Delta x_{i,j}$	222,(2)	55,(5)	44,(4)	177,(7)	277,(7)

Таблица 1.1 Итеративный процесс подстройки денежной массы под мультипликатор

В данной таблице мы предполагаем, что все агенты имеют счета в разных банках (данная предпосылка совсем не обязательна и была введена лишь для удобства учета индексов банков). Таблица 1.1 построена таким образом, что на итерации *k* мы учли, то влияние, которое произведет первоначальный импульс ЦБ на предыдущих *k* агентов и *k* банков, в которых эти агенты имеют счета. Данная таблица, таким образом, не зависит от того, каким образом были проданы ценные бумаги Центробанку (за наличные или зачислением на счет в банке). Разницы нет потому, что результатом каждой итерации будет уже оптимизированная структура активов и агента и банка, в котором этот агент имеет счет.

Видно, что процесс сходится к финальному увеличению денежной массы на величину $\Delta M = N\cdot\mu = 100\cdot 2,(7) = 277,(7)$

1.4.5. Проблемы мультипликативной подстройки

При анализе мультипликативной подстройки появляется целый ряд разного рода проблем. Обсудим лишь некоторые из них.

1.4.5.1. Проблема длительности процесса подстройки

Измеряя каждый момент времени, мультипликатор путем деления текущей денежной массы на текущие деньги повышенной мощности мы будем *хронически занижать значение мультипликатора*. Произойдет это по следующей причине: КБ за конечное время не успевают полностью оптимизировать структуру активов, и в любой момент времени мы будем наблюдать ситуацию излишка резервов из-за только что поступивших депозитов. Даже теоретически, чтобы системе КБ избавиться от излишних резервов необходимо бесконечное время. Излишние резервы снижают значение мультипликатора.

Приведенные рассуждения справедливы для обычной ситуации: *перманентного увеличения денежной базы*. Понятно, что при перманентном уменьшении денежной базы смещение в измерении будет обратным, так как, уменьшая величину депозитов КБ будет хронически не успевать увеличивать свои резервы (после изъятия из КБ депозитов резервы банка истощаются), и в среднем резервов в системе будет меньше, чем желательно для КБ, соответственно мультипликатор будет больше равновесного.

Понятно, что указанные проблемы будут существовать только в процессе подстройки (который, впрочем, длится очень долго и если происходит периодическое увеличение денежной массы, то мы будем всегда находится на стадии подстройки, и описанная проблема остается).

1.4.5.2. Проблема трансакционных издержек подстройки

На практике процесс не может длиться бесконечно, как и суммы не могут бесконечно делиться. Существует некоторый порог сумм, ниже которого затраты на какое либо действие для агента (КБ или публики) превышают положительной эффект от оптимизации.

Для КБ небольшие приросты депозитов часто бывают не существенны, и не влекут за собой никаких действий по приобретению на лишние резервы доходных активов (или выдачи ссуд) *по причине существования не учтенных нами трансакционных затрат выдачи ссуд* (покупки ценных бумаг банком). *Данный факт также приводит к снижению мультипликатора* (в условиях перманентного увеличения денежной массы), так как опять же, приводит к скоплению в КБ лишних не оптимизированных резервов.

Для публики также существует некоторый порог сумм, ради которых агент не понесет в банк лишнюю наличность, или не будет обналичивать излишне большой банковский счет. Это также не дает процессу длиться очень долго. Однако проблемы для измерения *мультипликатора этот эффект практически не создает*, так как в экономике агенты получают оплату своих услуг (шаг 3 в процессе подстройки) как в виде наличности (розничные продажи), так и в виде зачисления на депозит (оптовые продажи). Процесс оптимизации из-за трансакционных издержек может остановиться как для розничного продавца, так и для оптовика. У первого будет излишек не оптимизированной наличности, а у второго будет избыток не оптимизированных депозитов. В среднем по экономике эти два типа агентов компенсируют друг друга.

Таким образом, даже если агенты (публика и КБ) имеют четкие представления о своих предпочтениях относительно cr и $\widetilde{er}$, оптимизация не будет абсолютной из-за трансакционных затрат на данную оптимизацию, не учтенных в анализе.

1.4.5.3. Проблема экзогенности процесса предложения денег

Здесь дело в том, что мы изначально предполагаем, что процесс предложения денег идет независимо от формирования спроса на деньги. Иначе уже нельзя отличить эти процессы друг от друга, и придется отказаться от этих понятий. В процессе подстройки мы встречаем ситуацию оптимизации своего портфеля *денежных* активов агентом (выбор наличности и депозитов), который, как мы полагаем, не зависит от выбора между денежными активами, и, скажем, доходными активами типа акций, облигаций, недвижимости и т.д., то есть не зависит от спроса на деньги.

Первоначальный импульс задает ЦБ чаще всего путем операций с ценными бумагами правительства (операций на открытом рынке). Мы разбирали ситуацию, когда ЦБ покупает ценные бумаги у некоторых физических лиц на открытом рынке.

Агенты, которые продают свои активы ЦБ, чаще всего являются профессиональными игроками на рынке ценных бумаг. Продав одни активы, они, скорее всего, постараются избавиться от лишних денег, которые оказались у них на счету путем покупки других ценных бумаг (возможно облигаций другого выпуска, акций, валюты и т.д.). При этом маловероятно, что они снимут что-либо со своего счета в виде наличных. Это, впрочем, не обесценивает весь предыдущий анализ, так как возможно часть денег снимет со счета другой (второй) агент (у которого первый купит ценные бумаги) или третий агент, у которого купит ценные бумаги второй или это сделает четвертый, продавший третьему и т.д. То есть мы предполагаем, что найдется такой агент, для которого процесс выбора между наличностью и депозитами более важен (и, следовательно, проходит быстрее) чем процесс выбора между деньгами и процентными активами. И это неизбежно случится.

Однако при этом множественные покупки на рынке ценных бумаг неизбежно приведут к повышению котировок ценных бумаг и снижению ставки процента в экономике. Все это характерно для процесса взаимодействия спроса и предложения денег, который мы будем изучать далее, и, оказывается, что данный процесс взаимодействия начинается уже тогда, когда еще не закончится процесс формирования предложения денег.

Все это позволяет сказать, что процесс формирования денежной массы не является изолированным от решения о спросе на деньги. В самом типичном случае покупки ценных бумаг ЦБ мы будем наблюдать падение ставки процента в процессе мультипликативного увеличения денежной массы. То есть мы никогда не сможем наблюдать действие *чистого мультипликатора*: в процессе приспособления сам мультипликатор будет меняться вследствие изменения ставки процента в экономике (μ будет падать при падении ставки процента):

$$\mu = \mu(i(B_{outCB}(H))) \qquad \mu_1 > 0, i_1 > 0, \frac{dB_{outCB}}{dH} = -1 \tag{1.16}$$

здесь B_{outCB} - запас ценных бумаг правительства вне ЦБ. В итоге $\frac{d\mu}{dH} < 0$ и мультипликатор уже становится зависимым от величины денежной базы, и эффект от увеличения денежной базы будет опять же занижаться вследствие уменьшения мультипликатора.

1.4.5.4. Итог

Существует ряд эффектов, которые приводят к *уменьшению* фактического денежного мультипликатора:

- Ненулевая длительность процесса подстройки
- Трансакционные издержки подстройки
- Взаимодействие предложения и спроса на деньги на этапе подстройки

Все это необходимо учесть ЦБ при осуществлении монетарной политики.

Подведем итог процессу формирования денег.

1.4.6. Обобщенная формула предложения денег

Мы выяснили, что величина денежной массы будет зависеть от денежной базы H и величины мультипликатора μ:

$$M = H \cdot \mu$$

Сама денежная база зависит от политики ЦБ:

$$H = GCR + B_{CB} + Cred(i_{ref}) \tag{1.17}$$

Мы уже разделили все государственные облигации на те, что принадлежат ЦБ и те, что принадлежат другим агентам:

$$B = B_{CB} + B_{outCB} \tag{1.18}$$

Мы также уже знаем, что кредиты под ставку рефинансирования зависят от:

$$Cred(i_{ref}) = f(i_{ref} - i) \qquad f_1 < 0 \tag{1.19}$$

$$df = f_1 \cdot (di_{ref} - di) \tag{1.19a}$$

Мультипликатор:

$$d\mu = (\frac{\partial\mu}{\partial cr} \cdot cr_1 + \frac{\partial\mu}{\partial e\tilde{r}} \cdot e\tilde{r}_1) \cdot di + (\frac{\partial\mu}{\partial cr} \cdot cr_2 + \frac{\partial\mu}{\partial e\tilde{r}} \cdot e\tilde{r}_2) \cdot d\sigma + \frac{\partial\mu}{\partial e\tilde{r}} \cdot e\tilde{r}_3 \cdot dl + \frac{\partial\mu}{\partial nr} \cdot dnr \tag{1.11}$$

И мы уже выяснили, что

$$i(B_{outCB}(B_{CB}),\ldots) = i(B_{CB},\ldots) \qquad \frac{\partial i}{\partial B_{CB}} < 0 \tag{1.20}$$

Ставка процента в экономике зависит не только от предложения государственных ценных бумаг, но также от других факторов, которых довольно много. Поэтому мы их детализировать не будем, учтя их воздействие следующим образом:

$$di = \frac{\partial i}{\partial B_{CB}} \cdot dB_{CB} + di_{other} \tag{1.21}$$

здесь di_{other} показывает, какой прирост ставки процента вызывает изменение других факторов, влияющих на ставку процента (не связанных с B).

Теперь найдем полный дифференциал функции предложения денег:

$$dM = dH \cdot \mu + H \cdot d\mu$$

$$dM = (dGCR + dB_{CB} + df) \cdot \mu + H \cdot [(\frac{\partial \mu}{\partial cr} \cdot cr_1 + \frac{\partial \mu}{\partial \widetilde{er}} \cdot \widetilde{er_1}) \cdot di + (\frac{\partial \mu}{\partial cr} \cdot cr_2 + \frac{\partial \mu}{\partial \widetilde{er}} \cdot \widetilde{er_2}) \cdot d\sigma + \frac{\partial \mu}{\partial \widetilde{er}} \cdot \widetilde{er_3} \cdot dl + \frac{\partial \mu}{\partial nr} \cdot dnr]$$

$$\begin{aligned} dM = \mu \cdot dGCR + (\mu \cdot (1 - f_1 \cdot \frac{\partial i}{\partial B_{CB}}) + (\frac{\partial \mu}{\partial cr} \cdot cr_1 + \frac{\partial \mu}{\partial \widetilde{er}} \cdot \widetilde{er_1}) \cdot H \cdot \frac{\partial i}{\partial B_{CB}}) \cdot dB_{CB} + f_1 \cdot \mu \cdot di_{ref} + H \cdot \frac{\partial \mu}{\partial nr} \cdot dnr + \\ + (H \cdot (\frac{\partial \mu}{\partial cr} \cdot cr_1 + \frac{\partial \mu}{\partial \widetilde{er}} \cdot \widetilde{er_1}) - \mu \cdot f_1) \cdot di_{other} + H \cdot (\frac{\partial \mu}{\partial cr} \cdot cr_2 + \frac{\partial \mu}{\partial \widetilde{er}} \cdot \widetilde{er_2}) \cdot d\sigma + H \cdot \frac{\partial \mu}{\partial \widetilde{er}} \cdot \widetilde{er_3} \cdot dl \end{aligned} \tag{1.22}$$

В финальном уравнении (1.22) в первой строчке стоят эффекты влияния переменных управления на денежную массу, а во второй строчке стоят эффекты влияния экзогенных переменных на денежную массу.

Подведем итог о влиянии каждой переменной на денежную массу

- B_{CB}. Увеличение ценных бумаг правительства у ЦБ на единицу приводит к увеличению денежной массы на $[\mu \cdot (1 - f_1 \cdot \frac{\partial i}{\partial B_{CB}}) + (\frac{\partial \mu}{\partial cr} \cdot cr_1 + \frac{\partial \mu}{\partial \widetilde{er}} \cdot \widetilde{er_1}) \cdot H \cdot \frac{\partial i}{\partial B_{CB}}]$ единиц. Здесь μ показывает традиционный эффект увеличения M на величину мультипликатора. $[((\frac{\partial \mu}{\partial cr} \cdot cr_1 + \frac{\partial \mu}{\partial \widetilde{er}} \cdot \widetilde{er_1}) \cdot H - \mu \cdot f_1) \cdot \frac{\partial i}{\partial B_{CB}}]$ показывает эффект, связанный с влиянием предложения ценных бумаг правительства на рынке B_{outCB} на ставку процента i, и, соответственно на мультипликатор μ и предложение денег M. *Видно, что величина второго (косвенного) эффекта отрицательна, поэтому положительное влияние B_{CB} на денежную массу ослабляется (мы будем наблюдать уменьшение мультипликатора),* о чем мы уже подробно описали выше. Выше также были описаны два других эффекта ослабления мультипликатора (трансакционных издержек и конечного времени подстройки), но здесь эти эффекты не учтены.
- i_{ref}. Так как $[f_1 \cdot \mu] < 0$, то, как мы и отмечали выше, увеличение ставки рефинансирования приведет к падению предложения денежной массы
- nr. $H \cdot \frac{\partial \mu}{\partial nr} < 0$, то эффект увеличения нормы резервирования на денежную массу будет отрицательным
- GCR. Изменение золотовалютных резервов влияет на предложение денег. Если ЦБ покупает иностранную валюту, то денежная масса растет. *Так как обычно денежная масса не регулируется с помощью изменения золотовалютных резервов, то данный эффект скорее вреден для ЦБ, так как*

мешает осуществлению независимых политик на рынке денег и рынке валюты. ЦБ обычно проводит процедуру стерилизации денежного обращения, которая заключается в том, что, проводя покупки или продажи на рынке валюты, ЦБ проводит аналогичные продажи или покупки на рынке государственных облигаций: $\Delta GCR = -\Delta B_{CB}$. Это позволяет в достаточной степени изолировать рынок валюты от рынка денег (в приведенной формуле мы здесь не учли косвенные эффекты воздействия B_{CB} на M)

- i. *Изменение ставки процента, не связанное с изменением B_{outCB} имеет положительный эффект на предложение денег.* Его мы подробно описали выше
- σ. Увеличение риска в экономике приводит к уменьшению предложения денег
- l. Увеличение ликвидности процентных активов и выданных ссуд приводит к увеличению предложения денег

Зная как все переменные управления воздействуют на денежную массу, можно приступать к анализу методов монетарной политики.

1.5. Методы монетарной (денежно-кредитной) политики

Рассмотрим основные инструменты, которые имеет ЦБ для регулирования предложения денег. Существуют 3 основные (и 2 вспомогательные) метода монетарной политики: операции на открытом рынке, изменение ставки рефинансирования (учетной ставки) и изменение нормы резервирования.

1.5.1. Операции на открытом рынке

Заключаются в купле-продаже ЦБ ценных бумаг правительства B_{CB} по рыночным ценам.

Если ЦБ продает ценные бумаги публике, то денежная база сокращается $\Delta B_{CB} = \Delta H < 0$, а соответственно, сокращается и денежная масса (предложение денег) $\Delta M = \Delta H \cdot \mu < 0$. И наоборот, если ЦБ покупает ценные бумаги, то денежная база возрастает $\Delta B_{CB} = \Delta H > 0$, и предложение денег также растет $\Delta M = \Delta H \cdot \mu > 0$.

Как мы уже описали выше, мультипликатор будет также изменяться в процессе подстройки под новое равновесие. Обычно объем данных операций, производимых в течение одного дня (недели) невелик, поэтому можно считать, что они не сильно повлияют на котировки ценных бумаг, а соответственно на ставку процента и мультипликатор. Конечно же, это не касается тех случаев, когда ЦБ посредством данных операций хочет именно изменить ставку процента на рынке.

С помощью такого рода операций все ЦБ регулируют размер денежной массы M. Данный метод является достаточно точным по причине обратимости операций. ЦБ может осуществить необходимое ему воздействие за несколько итераций, разнесенных во времени. Он также может отыграть назад в случае необходимости или, если требуется, усилить эффект. Все это необходимо делать центральным банкирам вследствие наличия случайности в значении мультипликатора, о которой мы уже упоминали выше.

ЦБ часто осуществляет такие операции каждый рабочий день, что считается обычной практикой на рынке государственных ценных бумаг.

1.5.2. Изменение ставки рефинансирования

Рассмотрим более подробно изменение ставки рефинансирования.

Сокращение ставки рефинансирования удешевляет для КБ кредит у ЦБ и в некоторых случаях может побудить коммерческие банки брать кредиты у ЦБ. Случиться это может не всегда, например, если ставка рефинансирования завышена, то необходимо значительное понижение данной ставки чтобы побудить КБ брать кредит у ЦБ. Далее предположим, что ставка рефинансирования находится на таком уровне, что КБ берут кредиты у ЦБ.

Если ЦБ снижает ставку рефинансирования, это побудит КБ увеличить объем кредитования у ЦБ. В самом начале у КБ возникнет большое количество избыточных резервов. Однако долго они не задержатся в активе КБ. С помощью данных резервов (появившимся в результате взятия кредита у ЦБ под ставку рефинансирования) банки смогут профинансировать покупку дополнительных ценных бумаг или выдать новые ссуды предпринимателям. В итоге начнет раскручиваться тот же самый механизм подстройки под новое равновесие, который был описан ранее.

Есть небольшие нюансы протекания данного механизма.

a) Если КБ решает купить ценные бумаги на взятую ссуду, надеясь получить прибыль на разности ставок процента, то отличий практически нет: возникает та же самая проблема изменения ставки процента и мультипликатора, что и раньше, так как средства будут крутиться на финансовом рынке и уйти оттуда им будет не просто.
b) Если же КБ решает выдать ссуду предпринимателю, то скорее всего в экономике произойдут некоторые производственные затраты, вызванные данной ссудой, И та избыточная наличность имеет большую вероятность быстрее «мультиплицироваться» по описанной схеме, чем те средства, которые попадают на счета агентов финансового рынка.

Заметим, что для КБ, взявшего ссуду, может произойти увеличение пассивов в виде взятой ссуды и равновеликое увеличение активов по статье *Credits* . При этом не происходит увеличение депозитов и резервов банка.

Основной целью изменения ставки рефинансирования, все же является не изменение денежной массы, это скорее неприятное (из-за инфляции) следствие, а *прямое воздействие на ставку процента в экономике* с целью стимулирования потребительского спроса. Часто и радикально менять ставку рефинансирования нельзя, поэтому к такой мере ЦБ прибегают 1-10 раз в год.

1.5.3. Изменение нормы резервирования

Увеличение нормы резервирования приводит к тому, что в активе КБ скапливается больше резервов, что всегда приводит к падению мультипликатора μ, и, следовательно, предложения денег, так как каждая единица резервов – это потерянная для инвестирования единица. А раз средства не инвестируются, значит они не накапливаются на счетах агентов, а значит депозитов в экономике открывается меньше и предложение денег также меньше.

Аналогично, уменьшение нормы резервирования приводит к увеличению предложения денег. Данный метод является самым грубым, необратимым и используется редко. *ЦБ не используют его для регулирования денежной массы* (может быть, единственным контрпримером был до образования ЕС Бундесбанк). Обычно целью изменения нормы резервирования является некоторое шоковое воздействие на всю банковскую систему.

1.5.4. Другие методы

Менее действенный метод воздействия на денежную массу: изменение ставки по депозитам ЦБ, на которых некоторые КБ держат избыточные резервы. Увеличение ставок по данным депозитам может привести к увеличению rr через увеличение нормы $\widetilde{er}$ изменчивых избыточных резервов. Однако действие этого метода достаточно слабо из-за невысокой чувствительности избыточных резервов к данной ставке.

Другим методом является «прямая эмиссия» денег в экономику. Этот «варварский» метод применяется в экстренных случаях, когда необходимо срочное финансирование для экстренных целей. В этом случае ЦБ объединяется с правительством, и они совместно решают свои проблемы таким «веселым» способом. Все это, однако, является прямым приглашением к высокой инфляции, так как деньги поступают напрямую на рынок товаров и очень быстро увеличивают уровень цен. Начинается жестокая инфляция, остановить которую можно лишь после прекращения «эмиссии».

Операции на открытом рынке принципиально отличаются от эмиссии тем, что каждый рубль, выпущенный в экономику посредством операций на открытом рынке, участвует в трансакциях, связанных с увеличением *реального* спроса на товары (потребительские или инвестиционные). Мы увидим, что увеличение реального спроса в LR все равно неизбежно приведет к инфляции. Но это случится в будущем после установления равновесия на всех рынках, включая рынок труда.

Эмиссия стимулирует не *реальный* спрос, а *номинальный* спрос: люди за те же товары готовы платить большие деньги потому, что этих самых денег на руках у них стало больше: ЦБ совместно с правительством постарался. В итоге реальный спрос не изменяется, а цены стремительно растут.

Поэтому в большинстве стран эмиссия средств запрещена по закону.

Часть 2. Спрос на деньги

Понятие спроса на деньги включает в себя два необходимых требования, предъявляемых к любому спросу:

ХОЧУ + МОГУ = СПРОС

«ХОЧУ» для спроса на деньги означает, что агент желает владеть некоторым количеством денег. Без МОГУ данное желание было бы, разумеется, неограниченным и понятие спроса на существовало бы. МОГУ означает, что агент может часть своего богатства держать в деньгах, то есть у него есть средства для того, что бы их перевести в деньги. Ведь даже если вы возьмете множество кредитов, продадите имущество, одежду, другие активы, все равно количество денег, которыми вы будете владеть, будет ограниченно. Формула ХОЧУ + МОГУ позволяет сформулировать спрос в следующей форме:

- ✓ Агент, держит часть своих активов в деньгах потому, что владение ими дает ему возможность более эффективно организовать свою деятельность; например, без проблем делать покупки товаров и услуг (для предприятия своевременно расплачиваться с поставщиками, рабочими), покупать и продавать акции, облигации и т.д.

Деньги выполняют ряд функций в экономике. Именно из-за них агенты согласны держать этот не выгодный с точки зрения доходности актив:

1. **Средство обмена.** Деньги выступают посредником во всех сделках, что приводит к значительной экономии агентами времени и средств на поиск подходящего контрагента, который бы согласился обменяться с ним товарами. Экономика натурального обмена (бартерная экономика) значительно менее эффективна, чем современная экономика, в которой посредником при обмене товаров выступают деньги. Поэтому, бартерный обмен менее эффективен, хотя в некоторых конкретных случаях (особенно в странах с высокой ставкой процента) бартерная сделка может быть эффективнее денежного обмена, так как позволяет агенту свободные средства вкладывать в актив, приносящий эту высокую ставку процента, а не в деньги, не приносящей никакой ставки процента
2. **Средство сохранения стоимости.** Деньги позволяют переносить стоимость из одного периода времени в другой. Однако, деньги являются одним из самых неэффективных способов перенесения средств, так как не приносят владельцу дохода, а только уменьшают со временем свою покупательную способность из-за инфляции. Однако, бывают ситуации, когда агенты пользуются деньгами для того, что бы хранить свои сбережения и тогда предъявляют спрос на деньги, реализуя данную функцию денег
3. **Мера стоимости.** Стоимость каждого товара выгодно выражать не в стоимости других товаров, а в стоимости денег. Это значительно уменьшает число относительных цен, и позволяет лучше ориентироваться в агентам в море товаров и услуг.

Дальнейший подход к анализу спроса на деньги пойдет с точки зрения мотивов владения деньгами. Фактически мы обсудим причины, по которым агентам выгодно в некоторый момент времени держать часть своего богатства в деньгах.

Причины (мотивы) держания денег следующие:

1. **Трансакционный мотив.** Является следствием выполнения деньгами функции средства обмена.
2. **Портфельный мотив.** Связан с тем, что агенты, формируя оптимальный портфель своих активов могут улучшить характеристики этого портфеля, включив туда деньги.
3. **Спекулятивный мотив.** Основан на том, что трейдеры, работающие на рынке активов, используют банковские счета для покупки и продажи активов, с которыми они работают.
4. **Мотив предосторожности**. Иллюстрирует ту идею, что для целей страхования от неожиданных трат люди формируют некоторый запас денег, который будет ими использован в экстренных случаях.

Далее рассмотрим каждый из мотивов подробнее.

2. Спрос на деньги как средство для трансакций

В данном разделе мы попробуем построить модель спроса на деньги как средства для трансакций опираясь на явную процедуру максимизации функции полезности индивида.

2.1. Модель

Рассмотрим некоторое домашнее хозяйство (ДХ), которое в период времени t решает задачу максимизации многопериодной функции полезности

$$U = u(c_t, l_t) + \beta \cdot u(c_{t+1}, l_{t+1}) + \beta^2 \cdot u(c_{t+2}, l_{t+2}) + \cdots \quad (2.1)$$

Здесь: c_t - потребление ДХ в период t

l_t - свободное время ДХ или досуг в период t

Из формулы (1) видно, в период времени t домашнее хозяйство заботится не только о текущем потреблении и досуге, но и о будущих значениях этих параметров.

Функция $u(c,l)$ являются возрастающей функцией обоих аргументов: $u_1 > 0, u_2 > 0$. Стандартная функция полезности является выпуклой функцией обоих аргументов: $u_{11} < 0, u_{22} < 0$.

Параметр β называют *дисконтным фактором*, который принимает значения между нулем и единицей $\beta \in (0,1)$. Предполагается, что ДХ имеет *положительные временные предпочтения*. Это означает, что все, что случается в будущем имеет для ДХ меньшее значение, чем текущие события, причем, чем удаленнее событие, тем меньший удельный вес оно имеет. ДХ с более высоким дисконтным фактором придает большее значение событиям будущего, хотя в любом случае настоящие события имеют приоритет перед будущими (при $c_t = c_{t+1}, l_t = l_{t+1}$ $u(c_t, l_t) > \beta \cdot u(c_{t+1}, l_{t+1})$).

Оптимизация временной структуры потребления и отдыха ДХ происходит при наличии бюджетного ограничения. Пусть ДХ получает некоторый доход Y, который не зависит от времени досуга ДХ, то есть доход является экзогенной величиной в данной модели. Пусть в начале периода t ДХ владеет некоторым количеством денежных активов M_{t-1} и финансовых активов (ценных бумаг) B_{t-1}. Причем к началу периода t ДХ получает некоторый процент на те финансовые активы, которыми владеет ($i_{t-1} \cdot B_{t-1}$).

Тогда, бюджетное ограничение ДХ для периода времени r будет выглядеть так:

$$P_t \cdot Y + M_{t-1} + (1 + i_{t-1}) \cdot B_{t-1} = P_t \cdot c_t + M_t + B_t \quad (2.2)$$

Слева стоят ресурсы, доступные ДХ в начале периода t, а справа стоят общие траты ДХ. Аналогичное ограничение ДХ имеет в каждый из периодов времени, например, в период t+1 имеем:

$P_{t+1} \cdot Y + M_t + (1 + i_t) \cdot B_t = P_{t+1} \cdot c_{t+1} + M_{t+1} + B_{t+1}$, откуда можно выразить B_t

$$B_t = \frac{P_{t+1} \cdot (c_{t+1} - y) + M_{t+1} - M_t + B_{t+1}}{1 + i_t}.$$

Подставим полученное выражение в (2.2). Далее мы можем записать бюджетное ограничение для следующего периода и выразить B_{t+1}. Таким последовательным элиминированием значений количества ценных бумаг в каждом периоде, мы можем получить межвременное бюджетное ограничение для бесконечного количества периодов:

$$(1+i_{t-1})\cdot B_{t-1}=\{P_t\cdot(c_t-Y)+(M_t-M_{t-1})\}+\frac{\{P_{t+1}\cdot(c_{t+1}-Y)+M_{t+1}-M_t\}}{(1+i_t)}+\frac{\{P_{t+2}\cdot(c_{t+2}-Y)+M_{t+2}-M_{t+1}\}}{(1+i_t)\cdot(1+i_{t+1})}+\cdots \tag{2.3}$$

Данное выражение характеризует межвременное бюджетное ограничения для ДХ с бесконечным горизонтом планирования.

Далее заметим, что основная функция денег состоит в том, что деньги, по определению, являются самым эффективным средством платежа. Учтем это при определении функции свободного времени индивида. Наличие эффективного посредника в трансакциях (денег) уменьшает время совершения сделок. Чем больше среднее количество денежных средств имеет агент, тем меньше он тратит времени на превращение части своего богатства (акций, облигаций и т.д.) в деньги, а соответственно, имеет больше времени на досуг. Поэтому, определим функцию свободного времени как:

$$l_t=\psi(c_t,m_t) \tag{2.4}$$

где $m_t=\dfrac{M_t}{P_t}$ - количество реальных денег у ДХ. Влияние потребления и реальных денежных балансов задается следующими производными: $\psi_1<0,\psi_2>0$. Как обычно, предположим, что наблюдается уменьшающийся предельный эффект: $\psi_{11}>0,\psi_{22}<0$.

Тогда задачу ДХ можно записать в следующем виде:

$$\max_{c_t,M_t} U=u[c_t,\psi(c_t,\frac{M_t}{P_t})]+\beta\cdot u[c_{t+1},\psi(c_{t+1},\frac{M_{t+1}}{P_{t+1}})]+\cdots$$

при межвременном бюджетном ограничении (2.3)

Уровни цен $P_{t+j},\ j=\overline{0,\infty}$ являются экзогенными параметрами.

Для решения данной задачи воспользуемся методом множителей Лагранжа. Для этого выпишем лагранжиан:

$$\begin{aligned}Lagr_t&=u[c_t,\psi(c_t,\frac{M_t}{P_t})]+\beta\cdot u[c_{t+1},\psi(c_{t+1},\frac{M_{t+1}}{P_{t+1}})]+\cdots\\&+\lambda_t\cdot\left[(1+i_{t-1})\cdot B_{t-1}-\{P_t\cdot(c_t-Y)+(M_t-M_{t-1})\}-\frac{\{P_{t+1}\cdot(c_{t+1}-Y)+M_{t+1}-M_t\}}{(1+i_t)}-\cdots\right]\end{aligned} \tag{2.5}$$

Максимизация Лагранжиана по множителю λ_t дает нам межвременное бюджетное ограничение (2.3).

В принципе, для решения проблемы максимизации полезности необходимо вычислить все частные производные $\partial Lagr_t / \partial c_{t+j}$ и $\partial Lagr_t / \partial M_{t+j}$ (для $j = \overline{0,\infty}$), которые приравниваются к нулю, а в результате находятся значения c_{t+j}, M_{t+j}, максимизирующие функцию полезности при межвременном бюджетном ограничении. Но для задачи нахождения функции спроса на деньги в конкретный момент времени, достаточно вычисления $\partial Lagr_t / \partial c_t$ и $\partial Lagr_t / \partial M_t$ (покажем ниже).

Произведем необходимые вычисления:

$$\frac{\partial Lagr_t}{\partial c_t} = u_1 + u_2 \cdot \psi_1 - \lambda_t \cdot P_t = 0 \tag{2.6}$$

$$\frac{\partial Lagr_t}{\partial M_t} = \frac{u_2 \cdot \psi_2}{P_t} - \lambda_t + \frac{\lambda_t}{1+i_t} = 0 \tag{2.7}$$

Выразим $\lambda_t \cdot P_t$ из выражения (2.6) и подставим его в (2.7), предварительно умножив его на P_t. В результате имеем:

$$u_2 \cdot \psi_2 = (1 - \frac{1}{1+i_t}) \cdot (u_1 + u_2 \cdot \psi_1) \tag{2.8}$$

Напомним, что в конечном итоге, функция полезности и функция свободного времени ДХ зависят от количества реальных денег в экономике и уровня потребления ДХ, а значит и производные данных функций также, в общем случае зависят от данных переменных. Соответственно, условие оптимума ДХ (8) связывает значения всего трех переменных: потребления ДХ c_t, уровень реальных денежных остатков ДХ $m_t = \frac{M_t}{P_t}$ и номинальной ставки процента i_t. Таким образом, уравнение (2.8) может быть рассмотрено как запись функции спроса на деньги в неявной форме. Иногда, неявная форма записи может быть преобразована в явную, и тогда функция спроса на реальные денежные остатки будет зависеть от двух оставшихся переменных в (2.8):

$$(\frac{M_t}{P_t})^D = L(c_t, i_t) \tag{2.9}$$

Уравнение (2.9) может характеризовать традиционную функцию спроса на деньги, в которой, однако, вместо переменной дохода Y_t стоит переменная потребления c_t. Это отличие не принципиальное, потому что обе переменные характеризуют уровень трансакций в экономике. А именно описание роли денег как средства для обеспечения трансакций и является основной идеей модели.

Однако имеется некоторое затруднение, связанное с использованием соотношений (2.8) и (2.9). Оказывается, что в общем случае невозможно сказать что-либо определенное о знаке производных данной функции L_1 и L_2. Нетрудно показать, что знаки данных производных являются традиционными для спроса на деньги для большинства функций (исключая экстремальные и нереалистичные случаи функций u и ψ).

Покажем это на примере наиболее распространенной в экономической теории функции Кобба-Дугласа.

2.2. Модельный пример

Предположим, что функции заданы следующим образом:

$$u(c_t, l_t) = c_t^{1-a} \cdot l_t^a \tag{2.10}$$

$$l_t = \psi(c_t, m_t) = c_t^b \cdot m_t^{-b} \tag{2.11}$$

здесь $0 < a, b < 1$ некоторые положительные константы.

Найдем частные производные:

$$\begin{gathered} u_1 = (1-a) \cdot c_t^{-a} \cdot l_t^a = (1-a) \cdot c_t^{-a} \cdot (c_t^{-b} \cdot m_t^b)^a \\ u_2 = a \cdot c_t^{1-a} \cdot l_t^{a-1} = a \cdot c_t^{1-a} \cdot (c_t^{-b} \cdot m_t^b)^{a-1} \\ \psi_1 = -b \cdot c_t^{-(b+1)} \cdot m_t^b \\ \psi_2 = b \cdot c_t^{-b} \cdot m_t^{b-1} \end{gathered} \tag{2.12}$$

Подставим полученные соотношения (2.12) в условие оптимума (2.8).

$$u_2 \cdot \psi_2 = (1 - \frac{1}{1+i_t}) \cdot (u_1 + u_2 \cdot \psi_1)$$

$$\begin{gathered} a \cdot c_t^{1-a} \cdot (c_t^{-b} \cdot m_t^b)^{a-1} \cdot b \cdot c_t^{-b} \cdot m_t^{b-1} = (1 - \frac{1}{1+i_t}) \cdot [(1-a) \cdot c_t^{-a} \cdot (c_t^{-b} \cdot m_t^b)^a - \\ a \cdot c_t^{1-a} \cdot (c_t^{-b} \cdot m_t^b)^{a-1} \cdot b \cdot c_t^{-(b+1)} \cdot m_t^b] \end{gathered} \tag{2.13}$$

Упрощая (2.13) и, выразив явным образом m_t, получим:

$$m_t = \frac{a \cdot b}{1 - a - a \cdot b} \cdot c_t \cdot (1 + \frac{1}{i_t}) \tag{2.14}$$

Видно, что производные имеют нужные знаки в случае, если коэффициент $\frac{a \cdot b}{1 - a - a \cdot b}$ больше нуля.

Очевидно, что данный коэффициент будет больше нуля если $1 - a - a \cdot b > 0$, то есть $1 - a > a \cdot b$. Коэффициент $1 - a$ показывает прямой эффект воздействия потребления на полезность (чем больше потребление, тем вышел уровень полезности индивида). А коэффициент $a \cdot b$ показывает косвенный эффект воздействия потребления на полезность (чем больше потребление, тем больше времени тратит индивид на шоппинг, тем меньше времени остается на досуг, тем меньше полезность). Очевидно, что прямой эффект должен быть сильнее косвенного, иначе наблюдалась бы странная ситуация, когда удовольствие человека от дополнительных средств для потребления было бы ниже, чем огорчение от необходимости тратить эти средства! Мы можем просто посмотреть на самих себя: согласны ли мы принять деньги (например выигрыш в лотерею), или мы от них откажемся по причине того, что потом придется тратить свое время, покупая на них товары? Ответ очевиден, если у вас все дома! Реальность подтверждает преобладание прямого эффекта над косвенным.

Тогда коэффициент $\frac{a \cdot b}{1-a-a \cdot b} > 0$ и при увеличении потребления спрос на деньги возрастает, а при увеличении ставки процента в экономике спрос на деньги убывает, то есть в соотношении (2.9) $L_1 > 0, L_2 < 0$.

2.3. Подробно об экономическом смысле

В данной части сконцентрируемся на экономическом (а не на математическом) смысле выведения функции спроса на деньги. Для этого вернемся к уравнениям (2.6) и (2.7), получившимся при максимизации лагранжиана (2.5)

$$u_1 + u_2 \cdot \psi_1 = \lambda_t \cdot P_t \qquad (2.6a)$$

$$\frac{u_2 \cdot \psi_2}{P_t} = \lambda_t \cdot (1 - \frac{1}{1+i_t}) \qquad (2.7a)$$

Напомним, что условия (2.6a) и (2.7a) являются условиями нахождения функции спроса на деньги $L(c_t, i_t)$.

Начнем с (2.6a). Первое слагаемое левой части есть предельная полезность индивида при увеличении его потребления на единицу (прямой эффект потребления). Второе слагаемое показывает уменьшение полезности при увеличении потребления, связанное с необходимостью тратить дополнительное время на шоппинг (косвенный эффект потребления). Как мы уже обсуждали выше прямой эффект сильнее косвенного, поэтому слева в (2.6a) стоит некоторая положительная величина, показывающая предельную полезность дополнительной единицы потребления (суммарный эффект):

$$\frac{du}{dc_t} = \lambda_t \cdot P_t \qquad (2.6b)$$

Разделим (6b) на P_t и получим выражение для множителя лагранжа:

$$\frac{du}{d(P_t \cdot c_t)} = \lambda_t \qquad (2.6c)$$

Множитель лагранжа показывает предельную полезность дополнительной единицы дохода, потраченного на потребление (в текущих ценах).

Теперь разберем уравнение (2.7a). Слева стоит произведение $u_2 \cdot \psi_2$, которое показывает предельную полезность денежных остатков $u_2 \cdot \psi_2 = \frac{du}{d(\frac{M_t}{P_t})} > 0$. Данная величина положительна потому, что при увеличении в портфеле реальных денег индивид тратит меньше времени на трансакции, больше отдыхает, а, следовательно, имеет более высокий уровень полезности. Соответственно, разделив полученную величину на экзогенный уровень цен, получим:

$\frac{u_2 \cdot \psi_2}{P_t} = \frac{du}{d(\frac{M_t}{P_t}) \cdot P_t} = \frac{du}{dM_t}$. Таким образом понятно, что слева в уравнении (2.7а) стоит

предельная полезность номинальных денег: величина, которая характеризует тот *положительный* эффект который произведет перераспределение единицы средств индивида в пользу денег в момент времени t. Сам эффект составит: $du = \frac{u_2 \cdot \psi_2}{P_t} \cdot dM_t$.

Правая часть уравнения (2.7а) показывает отрицательный эффект увеличения денег в портфеле индивида в текущий момент времени. Покажем с чем он связан.

Предположим, что запас денег, ценных бумаг и величины потребления индивида находятся на оптимальном уровне для всех периодов времени $t + j, j = \overline{0, \infty}$. Зададим небольшое приращение количества денег в портфеле в момент времени t: $dM_t > 0$. Мы уже знаем, что положительный эффект такого приращения определяется левой частью уравнения (2.7а): $du = \frac{u_2 \cdot \psi_2}{P_t} \cdot dM_t$.

Рассмотрим отрицательный эффект приращения денег. Заметим, что в момент времени t в портфеле инвестора должен сократиться запас ценных бумаг: $dB_t = -dM_t < 0$. Это означает, что к следующему периоду времени индивид недополучит в виде дохода на эти ценные бумаги $-dM_t \cdot i_t$. Так как такое изменение средств индивида повлияло бы на весь дальнейший выбор индивида (эффект дохода), необходимо уменьшить величину текущего потребления c_t, чтобы изменение денежной массы не повлияло на будущие равновесия. Тогда уменьшение потребления в текущем периоде должно составить: $d(P_t \cdot c_t) = \frac{-dM_t \cdot i_t}{1 + i_t}$. Отказавшись от сегодняшнего потребления, индивид сбережет эти средства в виде ценных бумаг. К периоду времени t+1 эти сбереженные средства принесут индивиду дополнительный доход $\frac{dM_t \cdot i_t}{1 + i_t} \cdot (1 + i_t) = dM_t \cdot i_t$, который полностью *компенсирует* уменьшение дохода, связанное с добавлением в портфель индивида дополнительных денег dM_t. В итоге, равновесные значения переменных во всех будущих периодах не изменятся. Но что же произошло в период времени t?

Мы видим, что в нашем периоде времени t произошло падение потребления, что и создает тот самый отрицательный эффект. Какова величина этого эффекта в терминах приращения полезности? Рассчитаем его:

Из (2.6c) знаем, что $\frac{du}{d(P_t \cdot c_t)} = \lambda_t$, следовательно $du = \lambda_t \cdot d(P_t \cdot c_t)$. Так как $d(P_t \cdot c_t) = \frac{-dM_t \cdot i_t}{1+i_t}$, то общий отрицательный эффект составит: $du = \lambda_t \cdot \frac{i_t}{1+i_t} \cdot (-dM_t)$.

Просуммировав оба эффекта, получим: $du = \frac{u_2 \cdot \psi_2}{P_t} \cdot dM_t + \lambda_t \cdot \frac{i_t}{1+i_t} \cdot (-dM_t)$.

По определению, в оптимальном состоянии любое бесконечно малое приращение переменных управления не должно приводить к изменению целевой функции, следовательно, для оптимального решения будем иметь: $du = 0$. В итоге имеем:

$$du = \frac{u_2 \cdot \psi_2}{P_t} \cdot dM_t + \lambda_t \cdot \frac{i_t}{1+i_t} \cdot (-dM_t) = 0 \qquad (2.7b)$$

Сократив dM_t, мы в точности получим условие (7a), так как $\frac{i_t}{1+i_t} = 1 - \frac{1}{1+i_t}$.

Весь предыдущий вывод базировался на предпосылке о том, что изменение денег в текущем периоде не должно повлиять на равновесные переменные будущего. Почему это так? Для ответа на этот вопрос необходимо разобраться в общей структуре модели (которую мы до сих пор игнорировали, не рассматривая никакие периоды, кроме текущего периода t).

Следует помнить, что в паре переменных (c_t, M_t) «экономически» первичной переменной является потребление, хотя с точки зрения математики обе переменные есть переменные управления. Процесс принятия индивидом решения можно также *условно* разделить на два этапа:

1. Индивид решает, сколько потреблять в текущем периоде. Данное решение зависит от межвременных предпочтений (в модели параметр β) и реальной ставки процента r_t. Если $(1+r_t) > \frac{1}{\beta}$, то индивид ценит будущее сильнее, чем рынок, и мы будем наблюдать увеличение потребления c_t со временем. И наоборот, если $(1+r_t) < \frac{1}{\beta}$, то индивид ценит будущее меньше чем рынок, и будет отдавать предпочтение текущему потреблению, а мы будем наблюдать уменьшение потребления c_t со временем. Временная структура потребления, как мы показали, зависит от соотношения субъективного дисконтного фактора и рыночной реальной ставки процента.
2. После того, как индивид определился со структурой потребления, он принимает решение по поводу количества денег, которые он будет держать на руках в каждый момент времени. Данное решение будет зависеть от текущего потребления и текущей номинальной ставки процента. Так формируется спрос на деньги $(\frac{M_t}{P_t})^D = L(c_t, i_t)$.

По ходу принятия данного решения структура потребления уточняется, так как количество денег, которое выберет индивид, повлияет на его потребительский выбор. Тут однозначно сказать нельзя, произойдет это в сторону увеличения потребления или уменьшения: это будет зависеть от первоначального запаса денег M_{t-1} и спроса на деньги для текущих значений (c_t, i_t).

Разбиение на 2 этапа, все-таки, условно, так как решение принимается в один момент времени. Мы в своем анализе сконцентрировались на втором этапе, оставив первый этап макроэкономистам (однако выводы его помнить необходимо).

Теперь читателю, надеюсь, стало более понятно, почему результаты второго этапа не должны повлиять на результаты первого этапа.

2.4. *Итог:*

1. Данная модель изучает трансакционный спрос на деньги. Спрос на деньги выводится на основе микроэкономической модели оптимизации временной структуры потребления и денежной массы
2. Трансакционные издержки в данной модели вводятся в виде времени на шоппинг, которое уменьшается при увеличении количества денег, которыми владеет индивид.
3. В результате анализа решения, основными факторами спроса на деньги оказались: уровень потребления c_t и номинальная ставка процента i_t: $(\frac{M_t}{P_t})^D = L(\underset{+}{c_t}, \underset{-}{i_t})$ (в общем виде данную функцию найти нельзя, поэтому мы для иллюстративных целей проанализировали один из частных случаев)
4. В результате анализа основных уравнений, из которых выводится функция спроса не деньги, мы нашли, что индивид увеличивает количество денег M_t в своем портфеле до тех пор, пока убывающий положительный эффект от этого увеличения не сравняется с отрицательным эффектом такого увеличения. В оптимальном состоянии мы имеем равенство этих эффектов.

3. Портфельный и спекулятивный мотивы спроса на деньги

Портфельный мотив спроса на деньги связан с тем, что агенты держат часть своего богатства в деньгах для улучшения характеристик всего инвестиционного портфеля активов. Спекулятивный же мотив держания денег, впервые был описан Кейнсом. Он заключается в том, что ликвидные средства необходимы спекулянтам для того, чтобы оперативно реагировать на появляющиеся возможности покупать наиболее привлекательные в данный момент времени активы (на короткое время) с последующей продажей их по более высокой цене (а также для некоторых других целей, приведенных ниже). Оба эти мотива достаточно близки друг другу по своей сути (вспомните известную шутку о том, что долгосрочная инвестиция – это неудачная спекуляция ☺).

3.1. Портфельный мотив спроса на деньги. Спрос на деньги как актив

Экономические агенты держат свое богатство в различных активах. *Под активом мы будем понимать некоторый инструмент, способный качественно переносить стоимость из одного периода времени в другой*. Деньги по определению сохраняют стоимость, поэтому инвестор рассматривает деньги как один из возможных способов перенесения стоимости в будущее. Спрос на деньги как актив не имеет ничего общего с трансакционным спросом на деньги, хотя в реальности довольно трудно определить, что заставляет агента держать каждый конкретный рубль в деньгах.

В данной главе мы опишем детерминанты спроса на деньги как актив.

Для начала опишем основных конкурентов денег в процессе формирования портфеля активов инвестором:

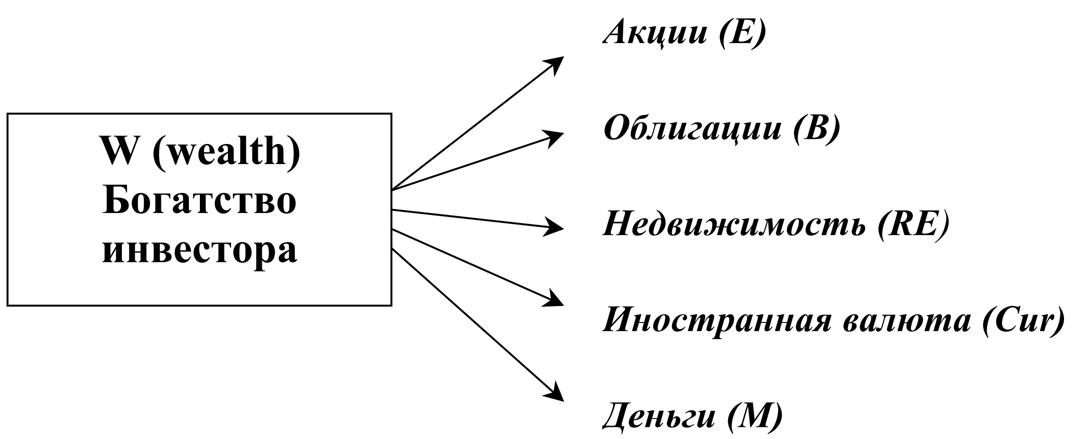


Рисунок 3.1 Инвестирование богатство инвестора в различные типы активов

Здесь перечислены не все возможности вложения средств инвестором, но эти пять альтернатив покрывают большую часть рынка активов. Далее сконцентрируемся на них.

Некоторую долю богатства инвестор сохраняет в деньгах. Разберемся, почему иногда агенты предпочитают этот актив другим.

3.1.1. Элементы портфельного анализа

Задачу нахождения оптимальной доли, вложения в различные доступные активы называют задачей **портфельного анализа**. Традиционно самая распространенная задача, решаемая с помощью портфельного анализа – это задача оптимального вложения в различные виды акций. Мы используем портфельный анализ для анализа выбора из перечисленных выше альтернатив.

Портфельный анализ начинается с определения характеристик активов, интересующих инвестора.

3.1.1.1. Характеристики активов

Считается, что инвестора интересуют следующие характеристики активов, с помощью которых он и определяет качество любого актива:

1. *Доходность*
2. *Рискованность*
3. *Ликвидность*

Обсудим каждую характеристику подробнее.

Доходность

При вложении своих средств инвестор интересуется тем доходом, который обеспечивает вложение владение активом, ведь он отказывается от потребления сейчас, справедливо полагая, что в будущем он будет иметь возможность купить больше на свои средства.

Чтобы данная величина не зависела от суммы, вложенной в некоторый актив, ее делают безразмерной величиной, то есть высчитывают норму дохода, или доходность.

Обозначим за x_t стоимость некоторого актива в момент инвестирования *t*. Соответственно, x_{t+1} - стоимость того же актива в следующий момент времени.

Для простоты предположим, что инвестор покупает (инвестирует) актив в момент времени t, а продает (получает доход от инвестиций) в момент времени t+1. Тогда доходность от вложения средств в данный актив будет равна (для простоты положим, что никаких промежуточных платежей владельцу актива нет):

$$i_{t+1} = \frac{x_{t+1} - x_t}{x_t} \qquad (3.1)$$

Величину i_{t+1} называют номинальной доходностью актива. Она показывает долевой прирост стоимости актива (если умножить эту величину на 100 %, то получится процентный прирост) за некоторый период.

Однако, необходимо помнить, что *основной целью накопления богатства индивидом является оптимизация во времени структуры потребления*.

По этой причине *любого инвестора интересует реальное наполнение (товарная стоимость) номинальных денег, которые он получит при реализации актива по цене* x_{t+1}. Понятно, что в товарах та же сумма оказывается (как правило) меньше, чем в деньгах, так как для подавляющего большинства экономик в мире обычным состоянием является процесс инфляции (перманентного роста уровня цен). В каждой стране этот процесс идет с разной интенсивностью, поэтому необходимо в своем анализе как-то учесть и инфляцию.

Далее мы заметим, что будущее нам не известно, и для большинства активов мы не можем точно предугадать значение x_{t+1}. Будущая цена актива является случайной величиной. Это тоже необходимо учесть.

Для начала изобразим диаграмму, изображающую процесс инвестирования:

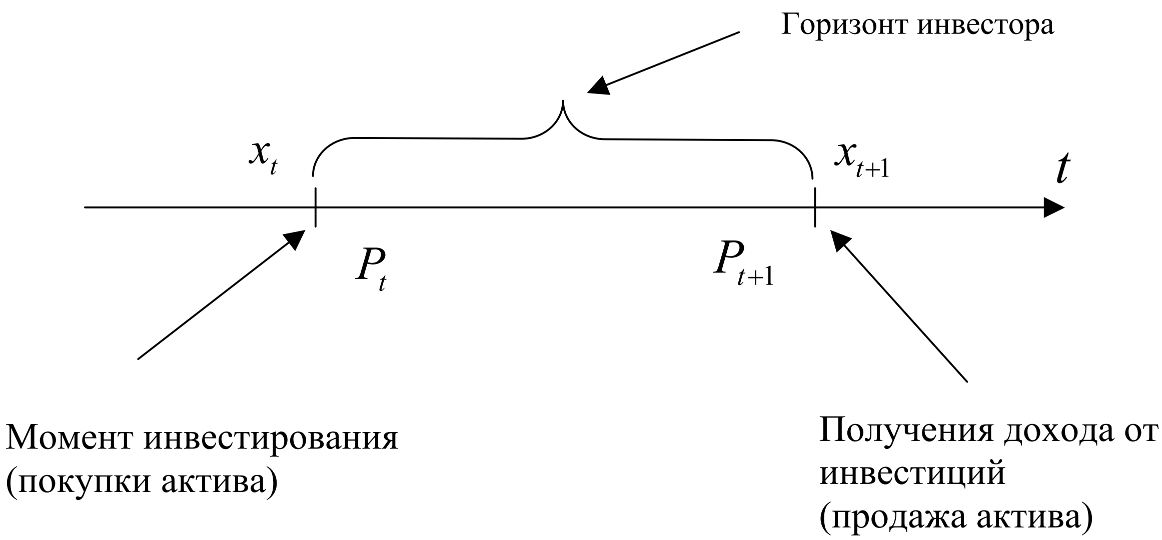


Рисунок 3.2 Схема инвестирования средств

Реальная стоимость вложенных и полученных средств составляет $\frac{x_t}{P_t}$ и $\frac{x_{t+1}}{P_{t+1}}$ для периодов t и t+1 соответственно. Тогда прирост реальной стоимости, который измеряется реальной ставкой процента, можно записать в следующем виде:

$$r_{t+1} = \frac{\frac{x_{t+1}}{P_{t+1}} - \frac{x_t}{P_t}}{\frac{x_t}{P_t}} \tag{3.2}$$

несложно преобразовать выражение (3.2) получив следующее выражение:

$$(1 + r_{t+1}) \cdot \frac{P_{t+1}}{P_t} = \frac{x_{t+1}}{x_t}$$

По определению, инфляция показывает процентный прирост цен за некоторый период:

$$\pi_{t+1} = \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t} \tag{3.3}$$

Используя выражения (3.1) и (3.3) преобразуем упрощенное выражение к виду:

$$(1 + r_{t+1}) \cdot (1 + \pi_{t+1}) = (1 + i_{t+1}) \tag{3.4}$$

Соотношение (3.4) называют тождеством Фишера. Оно показывает важное разбиение номинальной ставки процента на реальную и инфляционную составляющие.

Инфляционная составляющая в номинальной ставке процента ничего ему не приносит и, по сути, является для инвестора *лишней информацией*. Инвестор заинтересован *в максимальной реальной доходности* его вложений.

Как инвестор может определить реальную доходность возможных альтернатив? Будущая доходность никому не известна, поэтому любой инвестор может лишь сформировать лишь свои собственные *ожидания относительно будущей реальной доходности*, или, как говорят, найти *ожидаемую реальную доходность* инвестирования в актив.

Для этого ему необходимо найти ожидаемую номинальную ставку процента, которую приносит актив, а также ожидаемую инфляцию. Дальше можно воспользоваться формулой Фишера (3.4):

$$r_{t+1}^{e} = \frac{(1+i_{t+1}^{e})}{(1+\pi_{t+1}^{e})} - 1 \qquad (3.5)$$

Для некоторых активов можно точно указать будущую номинальную доходность (когда по активу предполагается только один погашающий платеж, совпадающий с моментом продажи актива инвестором), но по большинству активов будущую номинальную доходность предсказать со 100 % уверенностью нельзя.

Будущая же инфляция не известна ни одному инвестору. Следовательно, при инвестировании агента могут поджидать неприятности *двух типов*: *неожиданное* падение цены приобретенного актива и *неожиданное* повышение уровня цен (характеризуется инфляционным риском σ_{π}). У каждого возможного неприятного события может быть несколько различных причин, которые называют источниками риска или источниками неопределенности.

Рискованность

Рискованность актива – это не очень приятное свойство любого актива, связанное с тем, что актив не всегда приносит его владельцу то, на что он рассчитывает. Инвестора интересует, в какой степени он может быть уверен в получении ожидаемой реальной ставки доходности при вложении в любой актив. Для этого необходимо, каким то образом оценить степень этой уверенности.

Для начала разберемся, какая разница между понятиями *риска* и *неопределенности*. Согласно традиции, начатой Ф. Найтом, считается, что риск отличается от неопределенности тем, что в ситуации риска *можно дать количественную оценку степени риска*, а в ситуации неопределенности такую оценку дать *нельзя*. То есть, если ситуация имеет некоторую историю, из которой можно почерпнуть информацию о будущем и сделать количественный прогноз на будущее, эту ситуацию будем называть *рисковой ситуацией*. А если ситуация случается впервые, истории данного события не существует, то нельзя построить и *количественную* оценку будущего.

Это не означает, что нет *никакой* оценки будущего (*экспертные* оценки существуют всегда), но количественные методы оценивания применить в этой ситуации нельзя, *объективной* оценки сделать нельзя.

Инвестирование в актив, несомненно, являет пример рисковой ситуации. Практически каждый актив имеет свою ценовую историю, поэтому мы будем говорить о *рискованности* (а не о степени неопределенности) *вложения в актив*.

Количественная оценка риска вложения в финансовый актив

Мы выяснили, что у каждого актива есть своя история. Для инвестора важна история реальной ставки процента, которую приносил актив в прошлом. При этом предполагается, что за исследуемый период никаких кардинальных изменений при инвестировании в данный актив не произошло и можно считать, что исторические значения принадлежат *одному и тому же множеству реальных доходностей*, которые приносил данный актив в прошлом, и будет приносить в ближайшем будущем.

Тогда, можно проанализировать свойства данной исторической выборки реальных доходностей и сделать некоторую оценку степени рискованности вложения в данный актив.

Рассмотрим исторические значения реальной доходности как реализации случайной величины. Теперь наша задача состоит в том, чтобы по имеющимся реализациям случайной величины дать прогноз *степени разброса* случайной величины будущей реальной доходности относительно некоторого прогнозного значения.

Степень разброса случайной величины (СВ) в теории вероятностей характеризуется дисперсией СВ или среднеквадратическим отклонением σ *СВ*. Так как мы имеем дело с *выборкой* СВ (а не с генеральной совокупностью), то мы можем построить лишь *оценку* дисперсии СВ или оценку среднеквадратического отклонения.

Процедура нахождения оценки степени рискованности:

1. Обычно единицей времени считается *месяц*, поэтому собирают историю реальной *месячной* доходности, которую принес некоторый актив.
2. На основе собранной информации с использованием статистических и эконометрических методов делают оценку дисперсии или оценку среднеквадратического отклонения реальной доходности по сделанной выборке.

Чем выше получилась данная оценка, тем более рискованным будет инвестирование в данный актив.

Необходимо заметить, что *рискованность рассматривается всеми инвесторами как антиблаго*. Чем выше рискованность вложения в данный актив, тем, при прочих равных условиях, ниже качество данного актива, тем меньшую полезность получит инвестор, инвестировавший в данный актив.

Ликвидность

Ликвидность актива – это способность актива быстро и без потери стоимости быть обмененным на деньги.

Для инвестора важно, чтобы те активы, которые он приобрел для сохранения своих средств, можно было довольно быстро и без особых издержек продать, а точнее превратить в один из видов денег. Если это сделать нельзя, то такие активы являются менее качественным, так как они довольно плохо выполняют свои основные функции: оптимизации потребления инвестора во времени. Кроме того, если ожидается ухудшение конъюнктуры на рынке актива, данный актив необходимо бывает быстро продать. Если это не удается, то происходит падение цены данного актива, и инвестор теряет деньги. В таких случаях, высокая ликвидность актива позволяет сохранить деньги инвестора посредством своевременной продажи данного актива.

По определению самым ликвидным активом являются деньги.

3.1.1.2. Предпочтения инвестора

После того, как определено место актива в пространстве трех характеристик, необходимо проанализировать предпочтения инвесторов по отношению к каждой из характеристик активов. Опишем предпочтения некоторого репрезентативного инвестора в классическом стиле: через функцию полезности инвестора. Каждая характеристика представляет некоторое благо (или антиблаго) для инвестора, который будет владеть данным активом. Тогда функция полезности будет зависеть от характеристик активов следующим образом:

$$U = U(\underset{+}{r^e}, \underset{-}{\sigma}, \underset{+}{l}) \tag{3.6}$$

где σ - уровень риска актива, l - уровень ликвидности актива.

Чем выше ожидаемая реальная доходность инвестиций, чем ниже риск данного актива, чем выше ликвидность актива, тем больше полезность инвестора от владения данным активом.

Если относительно доходности и ликвидности вопросов возникнуть не должно, то возникает вопрос относительно отношения инвесторов к рискованности активов. Считается, что люди делятся на три типа: *отвергающие риск, любители риска и нейтральные к риску*. По названию видно, что отвергающие риск предпочтут из двух активов (ceteris paribus) менее рискованный актив, любители риска предпочтут более рискованный, а нейтральным к риску будет безразличен уровень рискованности актива.

В финансовой теории считается, что репрезентативный инвестор отвергает риск. Хотя, безусловно, среди инвесторов будут встречаться любители риска, вся масса инвесторов будет вести себя как отвергающая риск группа, поэтому репрезентативный агент из этой группы будет отвергать риск.

Вторые частные производные функции (3.6) по зависимым переменным имеют знак, обратный первым:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial {r^e}^2} < 0 \qquad \frac{\partial^2 U}{\partial \sigma^2} > 0 \qquad \frac{\partial^2 U}{\partial l^2} < 0 \tag{3.7}$$

То есть интенсивность эффекта каждого фактора на полезность убывает при увеличении величины каждого из факторов.

(3.7) является самыми общими свойствами любых предпочтений, и в частных случаях чаще всего не проявляются. Чаще всего мы будем иметь ситуацию, когда инвестора интересует одна (или две) из характеристик актива, а остальные реализуются лишь как ограничения.

Например, часто инвестор выбирает из активов одинакового уровня ликвидности (например, выбирает акции на одной и той же бирже) или одинакового уровня риска (из отечественных активов при высоком уровне инфляционного риска).

3.1.1.3. Оптимальный портфель активов

После того, как определены характеристики каждого из доступных для инвестора активов и определены предпочтения инвестора, необходимо найти оптимальное сочетание всех доступных активов в портфеле активов инвестора, то есть построить *оптимальный портфель инвестора*.

На первом этапе необходимо выяснить, портфели с какими характеристиками можно создать из всех доступных активов, то есть определить *множество допустимых портфелей.*

Формально операция нахождения множества допустимых портфелей есть отображение множества всех доступных комбинаций весов активов в портфеле на пространство трех описанных характеристик. *В реальности инвестор оценивает различные возможные комбинации активов в портфеле и пытается оценить характеристики получившегося портфеля активов.*

После определения множества допустимых портфелей инвестору необходимо выбрать оптимальный портфель *исходя из собственных предпочтений относительно характеристик активов.*

В итоге решением задачи нахождения оптимального портфеля будет определение долей каждого из активов в наилучшем из возможных портфелей.

Умножение найденных долей на размер богатства инвестора, предназначенного для инвестирования, покажет спрос на соответствующие активы.

3.1.2. Свойства решения задачи портфельного анализа спроса на деньги

Как мы уже выяснили, решением задачи портфельного анализа является спрос на различные виды активов, зависящий от экзогенных характеристик активов:

$$\begin{aligned}
B^D &= B^D(r_B^e, r_E^e, \ldots, r_M^e, \sigma_B, \sigma_E, \ldots, \sigma_M, l_B, l_E, \ldots, l_M, W) \\
E^D &= E^D(r_B^e, r_E^e, \ldots, r_M^e, \sigma_B, \sigma_E, \ldots, \sigma_M, l_B, l_E, \ldots, l_M, W) \\
RE^D &= RE^D(r_B^e, r_E^e, \ldots, r_M^e, \sigma_B, \sigma_E, \ldots, \sigma_M, l_B, l_E, \ldots, l_M, W) \\
Cur^D &= Cur^D(r_B^e, r_E^e, \ldots, r_M^e, \sigma_B, \sigma_E, \ldots, \sigma_M, l_B, l_E, \ldots, l_M, W) \\
M^D &= M^D(r_B^e, r_E^e, \ldots, r_M^e, \sigma_B, \sigma_E, \ldots, \sigma_M, l_B, l_E, \ldots, l_M, W)
\end{aligned} \tag{3.8}$$

Мы имеем 5 функций спроса на 5 активов, каждая из которых зависит от 15 переменных, характеризующих активы (по 3 характеристики каждого актива) и от 16той переменной богатства W.

Построим матрицу Якоби ($Jacob$) для системы (3.8) с размерностью 5×16, элементами которой являются первые частные производные каждой из функций по каждой из переменных. Значения каждой переменной мы сказать не сможем заранее, но знак производной и некоторые суммы нам известны:

$$Jacob=\begin{vmatrix} +---- & -++++ & +---- & \alpha_B \\ -+--- & +-+++ & -+--- & \alpha_E \\ --+-- & ++-++ & --+-- & \alpha_{RE} \\ ---+- & +++-+ & ---+- & \alpha_{Cur} \\ ----+ & ++++- & ----+ & \alpha_M \end{vmatrix} \qquad (3.9)$$

$$\Sigma \quad 0\,0\,0\,0\,0 \;\; 0\,0\,0\,0\,0 \;\; 0\,0\,0\,0\,0 \quad 1$$

Здесь α_i - есть доля i-того актива в портфеле.

Изменение любой из характеристик активов приводит лишь к перераспределению спроса на различные активы (считаем, что сумма, на которую инвестор покупает активы, не зависит от характеристик активов). Спрос на актив, у которого изменяется какая-либо характеристика (например, рискованность) изменяется в обратном направлении с изменением спроса на оставшиеся активы. Это означает, что спрос при изменении характеристик активов «блуждает» от одного актива к другому.

Изменение богатства W приводит к тому, что данное изменение «равномерно распределяется» между наличными активами в известной пропорции.

В общем случае данная пропорция (то есть доли каждого актива α_i) зависит от размера богатства, и при достаточно большом изменении богатства эти доли могут измениться. Например, *чем богаче человек, тем меньшую долю богатства W он будет держать в деньгах.* Данный эффект действует в обратном направлении к основному эффекту богатства и в некоторых случаях может полностью погасить его (однако косвенный эффект по модулю никогда не превышает основной).

3.1.3. Факторы портфельного спроса на деньги

Проанализируем последнюю строку из (3.8) и (3.9), представляющую собой спрос на деньги как актив:

$$M^D=M^D(\underset{-}{r_B^e},\underset{-}{r_E^e},\ldots,\underset{+}{r_M^e},\underset{+}{\sigma_B},\underset{+}{\sigma_E},\ldots,\underset{-}{\sigma_M},\underset{-}{l_B},\underset{-}{l_E},\ldots,\underset{+}{l_M},\underset{+}{W}) \qquad (3.10)$$

Как мы уже знаем, реальная доходность денег отрицательна: $r_M^e=-\pi^e$. Та же самая компонента ожидаемой инфляции присутствует в номинальной доходности каждого из активов: $r_j^e=i_j^e-\pi^e$. Поэтому в портфельном спросе на деньги данную составляющую исключают (лишняя информация). Также учтем, что ликвидность денег абсолютная, и в виде факторов ее можно исключить (так как она не меняется). Рискованность вложения в деньги – это инфляционный риск σ_π. С учетом этого (3.10) перепишется в виде:

$$M^D = M^D(\underset{-}{i_B^e}, \underset{-}{i_E^e}, \ldots, \underset{+}{\sigma_B}, \underset{+}{\sigma_E}, \ldots, \underset{-}{\sigma_\pi}, \underset{-}{l_B}, \underset{-}{l_E}, \ldots, \underset{+}{W}) \qquad (3.11)$$

Уравнение (3.11) показывает зависимость портфельного спроса на деньги от:

- Ожидаемых **номинальных ставок процента** по другим активам i_B^e, i_E^e и т.д. Чем выше эти ставки, тем меньше спрос на деньги (спрос перетекает на тот сегмент, на котором увеличивается ожидаемая доходность)
- От **рискованности** вложения в другие активы σ_B, σ_E и т.д. Чем выше риск, тем больше спрос на деньги, так как средства утекают с таких рынков и частично оказываются в деньгах
- От **ликвидности** других активов l_B, l_E и т.д. Чем более ликвидны активы, тем меньше спрос на деньги, так как такие активы становятся привлекательными для инвесторов и оттягивают часть спроса на деньги на себя.
- От **богатства** W. Чем больше богатства имеет индивид, тем больше средства он держит в деньгах, хотя, как мы уже отмечали, существует косвенный эффект, действующий в противоположном направлении
- От **инфляционного риска** σ_π. Чем выше инфляционный риск в экономике, тем больше спрос на те активы, доходность которых напрямую связана с изменением уровня цен. Например, недвижимость, валюта, и т.д. Такие активы позволяют инвестору застраховаться от любой инфляции (в том числе и от неожиданной), так как цены на такие активы также повышаются в период повышения общего уровня цен. В этом случае спрос на деньги (и другие активы, номинированные в отечественной валюте и слабо связанные с уровнем цен) падает.

Заметим, что при уменьшении общего уровня ожидаемой доходности рисковых активов i^e, спрос на деньги растет (как, впрочем, он растет и при уменьшении доходности всего одного из инструментов). Подобное замечание можно сделать и по поводу рискованности активов и ликвидности активов, объединив их в общий уровень рискованности σ и ликвидности l. Сделав это, перепишем (3.11):

$$M^D = M^D(\underset{+}{W}, \underset{-}{i}, \underset{+}{\sigma}, \underset{-}{\sigma_\pi}, \underset{-}{l}) \qquad (3.12)$$

Наконец, заметим, что при увеличении уровня цен, цены большинства активов (за исключением денег) увеличиваются. Жесткой связи цены активов и цены товаров нет, однако, любой инвестор будет покупать процентный актив тогда, когда он ожидает получить реальный прирост вложенных денег. Бывают ситуации, когда фактическая реальная доходность инвестиций меньше нуля, но заранее такую ситуацию предсказать нельзя. Поэтому будем считать, что, при увеличении уровня цен богатство (в текущих ценах) также пропорционально растет. Соответственно, будет расти и портфельный спрос на деньги.

Поэтому можно записать:

$$\frac{M^D}{P} = \frac{W \cdot \alpha_M}{P} = \frac{M^D(\underset{+}{W}, \underset{-}{i}, \underset{+}{\sigma}, \underset{-}{\sigma_\pi}, \underset{-}{l})}{P} = \frac{M^D}{P}(\underset{+}{\frac{W}{P}}, \underset{-}{i}, \underset{+}{\sigma}, \underset{-}{\sigma_\pi}, \underset{-}{l}) \tag{3.13}$$

Спрос на реальные деньги $\frac{M^D}{P}$ зависит от реального $\frac{W}{P}$ богатства.

Хотя (3.12) с точки зрения логики портфельного анализа является более точной формулой спроса на деньги, мы далее воспользуемся (3.13) как формулировкой более точной с точки зрения логики спроса на деньги, так как зависимость спроса на номинальные деньги от уровня цен прослеживается во всех остальных мотивах держания денег.

В заключении необходимо сказать, что в настоящее время агенты в экономиках с развитым финансовым рынком практически не используют деньги в качестве средства сохранения стоимости, так как ликвидность множества инструментов финансового рынка очень велика. К примеру, роль средства, уменьшающего риск портфеля активов, теперь обычно выполняют государственные краткосрочные активы, по надежности, не уступающие деньгам, но приносящие некоторый процент их владельцам. Второй, спекулятивный мотив спроса на деньги является гораздо более важным в настоящий момент. К тому же он единственный из мотивов завязан на краткосрочные (до 1 дня) колебания переменных.

3.2. Спекулятивный мотив спроса на деньги

Если спрос на деньги как актив связан с инвестированием на долгий срок, *то природа спекулятивного мотива связана с краткосрочными спекуляциями на финансовом рынке*. Спекулянты для доступа на биржу должны иметь на рабочем счету некоторую сумму, которая уменьшается в случае покупки спекулянтом некоторых активов (обычно сумма покупки лишь замораживается на счету спекулянта, но считаться деньгами спекулянта данная сумма уже не может, так как ею он не может распоряжаться).

3.2.1. Причины существования спекулятивного мотива спроса на деньги

Существует несколько основных причин скопления средств на депозитах спекулянтов:

1. **Прибыль**. Спекулянты всегда оставляют на счету некоторую сумму на случай особо «интересного» предложения, то есть, чтобы не упустить шанс хорошо заработать.

2. **Пассивный спрос.** Спекулянты часто открывают и закрывают позиции по различным видам активов. Между продажами старых акций и покупками новых есть временной лаг, в течение которого деньги лежат на счету спекулянта.

3. **Страховка.** Спекулянты оставляют часть средств на банковском депозите, чтобы в случае неблагоприятного течения рабочей сессии их позиции принудительно не закрыли по причине нехватки ликвидных средств. Чем больше данная «подушка безопасности» тем меньше спекулянту необходимо заботиться о неожиданном падении цен активов его портфеля.

4. **Случай неблагоприятных событий.** Наконец часто случается, что спекулянты не работают с безрисковыми активами, поэтому в случае финансовой паники деньги служат им «безопасной гаванью».

Как обычно, разделить деньги спекулянта на эти составляющие невозможно, поэтому обсудим факторы, которые будут влиять на выбор спекулянта по принципу: *если фактор влияет на одну из перечисленных причин, значит, он таким же образом повлияет на спрос на деньги по спекулятивному мотиву, а, следовательно, на спрос на деньги во всей экономике.*

3.2.2. Факторы спроса на деньги по спекулятивному мотиву

Величина спроса на деньги будет, как и обычно, зависеть от тех выгод, которые приносит владение ими и тех издержек, которые несут спекулянты при этом.

1. **Краткосрочная ожидаемая доходность спекулятивных операций** i_{SR}^{e}.

   Издержками спекулянтов традиционно является неполученный доход на не купленные активы. Отсюда, основным фактором будет ожидаемая доходность вложения в активы, то есть доходность i_{SR}^{e}. Чем выше краткосрочная доходность, тем больше теряет спекулянт на владении деньгами, тем меньше у него желания держать лишние деньги, меньше спрос на деньги.

2. **Волатильность ожиданий агентов.** Чем чаще агенты меняют свои ожидания, тем чаще они продают и покупают активы, тем больше средств накапливается на их счетах (увеличивается пассивный спрос на деньги по спекулятивному мотиву). В общем случае дисперсию доходности ценной бумаги нельзя использовать в качестве меры волатильности ожиданий агентов, так как она показывает некоторый разброс относительно среднего, а нас интересует частота изменения самого среднего. Однако в некоторых случаях агенты формируют свои ожидания относительно текущей доходности (например, статические ожидания $i_{t+1}^{e} = i_t$). В этом случае дисперсия доходности будет характеризовать меру волатильности ожиданий агентов.

3. **Волатильность цен активов в течение торговой сессии** (характеризующаяся дисперсией доходности ценных бумаг) будет влиять на

страховую причину спекулятивного спроса. Чем выше волатильность цен активов, тем выше риск владения активами, тем выше спрос на деньги по спекулятивному мотиву, так как увеличивается вероятность принудительного закрытия в случае неблагоприятного течения торговой сессии.

4. **Ликвидность.** Чем более ликвиден рынок активов (например, чем меньше времени требуется трейдерам для покупки или продажи активов) тем меньше спрос на деньги. Во-первых, спекулянты быстрее избавляются от денег на счете, быстро покупая активы. Во-вторых, необходимая «подушка безопасности» спекулянта также сокращается по причине увеличения мобилизационных возможностей спекулянта (возможностей быстро и без большой потери стоимости избавиться от купленных активов).

5. **Размер портфеля спекулянта** $W_{спек}$. Чем выше данный объем, тем больше средств спекулянт держит в деньгах, так как все, перечисленные выше причины, требуют большего объема средств на депозите спекулянта.

3.2.3. Итоги

Подведем итоги всему сказанному о спекулятивном спросе на деньги:

1. Спекулятивный спрос на деньги зависит от следующих факторов:

$$M^D_{спек} = M^D_{спек}(\underset{+}{W_{спек}}, \underset{-}{i^e_{SR}}\ \underset{+}{\sigma_{SR}}, \underset{-}{l}) \qquad (3.14)$$

   Здесь σ_{SR} объединяет в себе зависимость спроса на деньги от 2) и 3) факторов, обозначенных выше, действующих в одном направлении.

2. Мы видим, что влияние ликвидности и рискованности в (3.14) совпадает с влиянием тех же факторов на спрос на деньги как актив (3.12).

3. Зависимость спекулятивного спроса на деньги от краткосрочной доходности активов i^e_{SR} приводит к наличию краткосрочных колебаний спроса на деньги. *Данные колебания, которые существуют в реальности, могут быть объяснены только с помощью спекулятивного спроса на деньги*. Остальные мотивы спроса на деньги более долгосрочные и слабо реагируют на краткосрочные факторы.

4. Логика, объясняющая зависимость спроса на деньги от уровня цен, которую мы приводили для спроса на деньги как актив, вряд ли будет также хорошо работать для спекулятивного спроса. Это связано с тем, что *в краткосрочном и среднесрочном периодах размер спекулятивного портфеля будет практически не связан с уровнем цен*. В долгосрочном периоде связь между ними будет хотя бы потому, что в среднем спекулянты не становятся беднее при увеличении цен, что означает, возрастание величины спекулятивных портфелей с увеличением цен $W_{спек}(\underset{+}{P})$. Поэтому заметим,

что в долгосрочной перспективе спекулятивный спрос на деньги будет расти вместе с уровнем цен и потому он не выделяется из общей тенденции для всех мотивов спроса на деньги: пропорциональной зависимости от уровня цен.

5. Основной же вклад спекулятивного мотива в объяснение спроса на деньги – это **объяснение краткосрочных колебаний спроса**, связанных с изменением краткосрочных переменных i_{SR}^{e}, $W_{спек}$, а также волатильности ожиданий агентов волатильности.

4. Спрос на деньги по мотиву предосторожности

В данном разделе мы рассмотрим модель, которая поможет нам понять, какие факторы, которые влияют на один из важных мотивов спроса на деньги – *мотив предосторожности*. Первым обратил внимание на важность этого мотива Кейнс, который считал, что агенты в ситуации неопределенности держат некоторую часть своего богатства в деньгах только для того, чтобы в случае непредвиденных трат не оказаться в ситуации недостатка наличности. Кейнс полагал, что в основе этого желания лежит чувство, которое испытывает большинство людей: нежелание расставаться тем, что считаешь своим: например продавать акции, облигации, недвижимость, драгоценности и т.д. Наличность не воспринимается людьми как нечто, с чем жалко расстаться, поэтому агенты часто предпочитают сохранять некоторую сумму на «черный день» в наличности. В своем анализе мы будем базироваться не на этом ненадежном для моделирования чувстве людей, а на вполне объективной неприятности, которая случается при продаже любого типа активов: *наличие трансакционных издержек продажи активов.*

4.1. Модель

Сконструируем модель поведения индивида в условиях неопределенности будущего потребления. Данная модель была сформулирована автором «по мотивам» модели, изложенной в работе Nagatani K. Monetary theory, Advanced Textbooks in Economics (стр. 86-88)

4.1.1. Предпосылки модели

- Предположим, что в каждый момент времени индивид имеет первоначальное богатство W_t, которое он может хранить либо в виде денег M_t либо в виде ценных бумаг B_t:

  $$W_t = M_t + B_t$$

- Пусть деньги не приносят своему владельцу дохода, а ценные бумаги имеют доходность i.
- В каждый период времени индивид тратит некоторую часть богатства на потребление c_t.

  Межвременная структура потребления и накопления богатства нас в данном анализе не интересует, поэтому сконцентрируемся только на одном периоде времени t. Предположим, что решение о распределении активов между деньгами и ценными бумагами происходит немного (на секунду) раньше, чем становится известно о том, какую сумму индивид хочет (должен) потребить в текущем периоде времени t. Потребление же индивида заранее точно предсказать нельзя.
- Предположим, что расплачиваться за потребление индивид может только из денег.
- Сделаем упрощающую предпосылку о потреблении. Пусть потребление есть величина, состоящая из двух частей: детерминированной части $\bar{c}$ и случайной части c_u:

  $$c_t = \bar{c} + c_u \qquad (4.1)$$

Детерминированная часть известна индивиду заранее. Случайная часть становится известной индивиду лишь после того, как он пример решение о распределении активов. Случайная часть потребления представляет собой, например, некоторые неожиданные расходы, которые предвидеть заранее нельзя: расходы на лекарства, подарок на свадьбу друга, похороны врага (банкет), штраф и т.д.

- Для простоты и наглядности анализа предположим, что случайная часть потребления является дискретной случайной величиной, которая может принимать значения:

	Значение	Вероятность
$c_и$	0	$1-p$
	N	p

- Пусть трансакционные издержки продажи *любой* суммы ценных бумаг (комиссия брокеру не зависит от величины заказа на продажу ценных бумаг) составляют величину tc.
- Предположим, что индивид является нейтральным к риску, поэтому мы будем анализировать различные варианты исхода событий исходя из основного критерия: ожидаемого на конец рассматриваемого периода богатства $E_t W_{t+1}$ на основе информации, доступной в момент времени t (условного матожидания)

Рассмотрим возможные стратегии индивида по поводу держания денег.

4.1.2. Возможные стратегии

1. Индивид держит такое количество денег, чтобы даже в случае непредвиденных расходов ему хватило их, чтобы расплатиться без продажи части ценных бумаг $M_t \geq \bar{c} + N$
2. Индивид держит меньшее количество денег, которых хватит, чтобы расплатиться в случае отсутствия неожиданных трат ($c_t = \bar{c}$), и которых не хватит в случае наличия неожиданных трат $c_t = \bar{c} + N$, то есть $\bar{c} \leq M_t < \bar{c} + N$
3. Индивид держит небольшое количество денег, которых не хватит даже чтобы расплатиться с детерминированной частью потребления $M_t < \bar{c}$

4.1.3. Анализ стратегий

Проведем анализ стратегий. Основным критерием анализа, как уже говорилось выше, является ожидаемое на конец рассматриваемого периода (начало следующего периода) богатство $E_t W_{t+1}$.

4.1.3.1. Стратегия 1

В таблице представлены значения переменных на конец рассматриваемого периода (начало следующего периода). По данным таблицы рассчитаем ожидаемое значение богатство в случае первой стратегии.

$\Pr ob$	p	$1-p$
c_t	$\bar{c}+N$	$\bar{c}$
M_{t+1}	$M_t-(\bar{c}+N)$	$M_t-\bar{c}$
B_{t+1}	$B_t\cdot(1+i)$	$B_t\cdot(1+i)$
$W_{t+1}=M_{t+1}+B_{t+1}$	$M_t+B_t\cdot(1+i)-(\bar{c}+N)$	$M_t+B_t\cdot(1+i)-\bar{c}$

Таблица 4.1 Анализ стратегии 1

$$E_tW_{t+1}=p\cdot(M_t+B_t\cdot(1+i)-\bar{c})+(1-p)\cdot(M_t+B_t\cdot(1+i)-(\bar{c}+N))$$

$$E_tW_{t+1}=W_t\cdot(1+i)-M_t\cdot i-Ec_t$$

где $Ec_t=\bar{c}+p\cdot N$ - ожидаемое значение потребления (ожидания формируются в момент формирования портфеля активов)

В случае первой стратегии индивид не несет трансакционных издержек продажи ценных бумаг, однако имеет в портфеле очень большое количество денег, по сравнению с другими стратегиями.

В рамках данной стратегии формально необходимо провести процедуру максимизации ожидаемого богатства E_tW_{t+1} по M_t при наличии ограничения $M_t\geq\bar{c}+N$. Результат такой максимизации очевиден: индивиду нужно держать как можно меньше денег в портфеле, однако не меньше чем $\bar{c}+N$. Отсюда оптимальный спрос на деньги в рамках данной стратегии: $M_t^D=\bar{c}+N$

Окончательное значение целевого критерия:

$$E_tW_{t+1}=W_t\cdot(1+i)-(\bar{c}+N)\cdot i-Ec_t \tag{4.2}$$

4.1.3.2. Стратегия 2

В рамках данной стратегии индивид может с вероятностью p понести трансакционные издержки продажи ценных бумаг. Однако этот вариант имеет преимущества по сравнению с 1 стратегией, так как индивид держит меньшую сумму в деньгах и, соответственно, теряет меньше на неполученных процентах.

$\Pr ob$	p	$1-p$
c_t	$\bar{c}+N$	$\bar{c}$
M_{t+1}	0	$M_t-\bar{c}$
B_{t+1}	$(B_t-((\bar{c}+N)-M_t)-tc)\cdot(1+i)$	$B_t\cdot(1+i)$
$W_{t+1}=M_{t+1}+B_{t+1}$	$(B_t-((\bar{c}+N)-M_t)-tc)\cdot(1+i)$	$M_t+B_t\cdot(1+i)-\bar{c}$

Таблица 4.2 Анализ стратегии 2

$$E_tW_{t+1}=p\cdot(B_t-((\bar{c}+N)-M_t)-tc)\cdot(1+i)+(1-p)\cdot(M_t+B_t\cdot(1+i)-\bar{c})$$

$$E_t W_{t+1} = W_t \cdot (1+i) - p \cdot (tc \cdot (1+i) + (\bar{c} + N) \cdot i) - (1-p) \cdot M_t \cdot i - Ec_t .$$

Проведем процедуру максимизации $E_t W_{t+1}$ по M_t при ограничении $\bar{c} \le M_t < \bar{c} + N$. Результат также очевиден: $M_t^D = \bar{c}$. Зная это, упростим выражение для $E_t W_{t+1}$

$$E_t W_{t+1} = W_t \cdot (1+i) - p \cdot (tc \cdot (1+i) + (\bar{c} + N) \cdot i) - (1-p) \cdot \bar{c} \cdot i - Ec_t$$

$$E_t W_{t+1} = W_t \cdot (1+i) - Ec_t \cdot i - p \cdot tc \cdot (1+i) - Ec_t \qquad (4.3)$$

4.1.3.3. Стратегия 3

При выборе данной стратегии индивид имеет наименьшую величину денежной массы, однако в любом случае несет трансакционные издержки продажи ценных бумаг

$\Pr ob$	p	$1-p$
c_t	$\bar{c} + N$	$\bar{c}$
M_{t+1}	0	0
B_{t+1}	$(B_t - ((\bar{c} + N) - M_t) - tc) \cdot (1+i)$	$(B_t - (\bar{c} - M_t) - tc) \cdot (1+i)$
$W_{t+1} = M_{t+1} + B_{t+1}$	$(B_t - ((\bar{c} + N) - M_t) - tc) \cdot (1+i)$	$(B_t - (\bar{c} - M_t) - tc) \cdot (1+i)$

Таблица 4.3 Анализ стратегии 3

$$E_t W_{t+1} = p \cdot (B_t - ((\bar{c} + N) - M_t) - tc) \cdot (1+i) + (1-p) \cdot (B_t - (\bar{c} - M_t) - tc) \cdot (1+i)$$

$$E_t W_{t+1} = W_t \cdot (1+i) - Ec_t \cdot i - tc \cdot (1+i) - Ec_t \qquad (4.4)$$

Видно, что ожидаемое богатство *не зависит* от количества денег на руках.

4.1.4. Сравнение стратегий

Также из формулы (4.4) видно, что ожидаемое богатство меньше, чем в случае *стратегии 2* на величину

$$E_t W_{t+1}^2 - E_t W_{t+1}^3 = (1-p) \cdot tc \cdot (1+i) > 0 \qquad (4.5)$$

Из (5) понятно, что *вторая стратегия доминирует третью*. Нетрудно понять почему: экономии на меньших потерянных процентах получить не удается (так как все равно приходится оплачивать потребление), а трансакционные издержки имеются в случае 3 независимо от потребления, тогда как во втором случае есть вероятность их не иметь.

Остается понять, какая из двух оставшихся стратегий для индивида предпочтительнее. Для выяснения этого вычтем из (4.2) уравнение (4.3):

$$E_t W_{t+1}^1 - E_t W_{t+1}^2 = -(\bar{c} + N) \cdot i + Ec_t \cdot i + p \cdot tc \cdot (1+i) = -i \cdot (1-p) \cdot N + p \cdot tc \cdot (1+i) \qquad (4.6)$$

Если выражение в (4.6) больше нуля, то первая стратегия предпочтительнее второй. В первой стратегии индивид держит большое количество денег для того, чтобы избежать трансакционных издержек.

Найдем условие, при котором индивид выбирает 1 стратегию:

$$i \cdot (1-p) \cdot N - p \cdot tc \cdot (1+i) < 0$$

$$i \cdot (1-p) \cdot N < p \cdot tc \cdot (1+i) \quad (4.7)$$

Прокомментируем полученное условие (4.7).

Слева в (4.7) стоят излишние (по сравнению со *стратегией 2*) издержки, которые понесет индивид, выбрав *стратегию 1*. Они связаны с теми процентами, которых он не досчитается (по сравнению со *стратегией 2*), если неожиданные траты не случатся:

$$(M_t^1 - M_t^2) \cdot i = N \cdot i \quad (4.8)$$

Вероятность такого события составляет $(1-p)$, поэтому слева в (4.7) стоит (4.8) умноженная на эту вероятность.

Справа в (4.7) стоят излишние (по сравнению со *стратегией 1*) издержки, которые понесет индивид, выбрав *стратегию 2*. Они связаны с трансакционными издержками на продажу ценных бумаг $tc \cdot (1+i)$. Величина трансакционных издержек умножается на $(1+i)$, так как индивид лишается этих средств в самом начале периода t, и теряет еще и на процентах от этой суммы.

Вероятность такого события составляет p, поэтому справа в (4.7) стоит величина $tc \cdot (1+i) \cdot p$.

4.1.5. Итог

Нас интересует, от каких параметров будет зависеть выбор индивида. Очевидно, что если *много людей* сталкиваются с подобной проблемой неожиданных расходов, то в экономике в целом будет наблюдаться следующая картина:

1. Чем больше величина трансакционных издержек продажи активов, тем больше людей будут выбирать *стратегию 1* (а, следовательно*, спрос на деньги в стране возрастет*)
2. Чем *больше* будет ставка процента, тем больше будут потери от излишнего количества денег в портфеле и тем меньше людей предпочтет *стратегию 1*. *Спрос на деньги в стране уменьшится*
3. Чем больше вероятность неожиданных трат, тем больше людей предпочтет *стратегию 1*, и, следовательно, *тем выше спрос на деньги*
4. Чем больше величина неожиданных трат N, тем накладнее (в смысле процентов) будет индивиду страховать эту сумму, держа наличность, однако сама необходимая для страхования сумма будет больше, что *увеличит спрос на деньги*

$$\begin{aligned} &M_t^D = L(tc, i, p, N) \\ &L_1 > 0, L_2 < 0, L_3 > 0, L_4 > 0 \end{aligned} \quad (4.9)$$

(4.9) показывает, какие факторы могут повлиять на спрос на деньги по мотиву предосторожности.

Мы подходим к ситуации, когда необходимо будет проанализировать некоторые частные случаи, характерные для обычных людей (будем считать, что институциональных агентов с *нейтральным отношением к риску* мы в своем анализе осветили). Для этого необходимо ввести в анализ функцию полезности денег.

Дальнейшие расширения модели будут сделаны в следующих направлениях:

- Разбиение ценных бумаг на краткосрочные и долгосрочные, а также введение непрерывной функции распределения неожиданного потребления c_u (из Keizo Nagatani)
- Введение предпосылки об отвержении риска агентами

4.2. Результаты анализа Кейзо Нагатани

В своей работе (которая явилась основой для описанной модели) Кейзо Нагатани анализировал не 2, а 3 возможных актива: деньги M, краткосрочные облигации S и долгосрочные активы (облигации, акции) L.

Доходность денег также была нулевая, доходность коротких бумаг i_S, а доходность длинных бумаг i_L, причем $i_L > i_S$. Трансакционные издержки продажи коротких бумаг tc_S, длинных бумаг tc_L, причем $tc_L > tc_S$.

Другим отличием модели Кейзо Нагатани была предпосылка о существовании непрерывной функции распределения потребления $F(c_t)$ (что, впрочем, сильно увеличивает техническую сложность вычислений без достаточной компенсации).

Результаты анализа Кейзо Нагатани сведены (им же) в таблицу:

Факторы

	M_t^D	S_t^D	L_t^D
W_t	**0**	**0**	**1**
i_S	**-**	**+**	**-**
i_L	**0**	**-**	**+**
tc_S	**+**	**-**	**+**
tc_L	**0**	**+**	**-**

Таблица 4.4 Результаты анализа Кейзо Нагатани

Предсказуемым был результат для эффекта богатства*: увеличение богатства W, не связанное с увеличением потребления никак не скажется на спросе на деньги M* и менее доходные активы S: на излишек богатства индивид купит более доходные долгосрочные активы L, так как понятия риска активов в данной модели не вводится. В теории, однако, известно, что увеличение богатства приводит к увеличению потребления индивида, что неизбежно приведет к увеличению спроса на деньги. Однако этот эффект в данной модели проследить нельзя, так как мы считаем богатство и потребление независимыми параметрами.

Изменение параметров краткосрочных активов приводит к тем же результатам, что и в нашей модели и не добавляет ничего нового к проведенному анализу. Однако, интересные выводы были получены для воздействия изменения параметров долгосрочных активов: tc_L и i_L. Оказалось, что они не влияют на спрос на деньги. Вывод сильно отличается от вывода *портфельной теории*, где все активы являются взаимосвязанными и изменение параметра любого актива скажется на спросе на любой другой актив.

В принципе, выводы Кейзо Нагатани не являются универсальными, так как несложно придумать ситуацию, когда вкладывать в короткие активы будет не выгодно (например, $tc_L \approx tc_S, i_L >> i_S$) и тогда между длинными активами и деньгами не будет той прослойки, которая обнуляет эффект изменения параметров длинных активов. Однако мы рассматриваем некоторый невырожденный случай, в котором такая прослойка существует и достаточно велика, чтобы «изолировать» деньги от влияния долгосрочных активов. Если обратиться к реальному миру, то, очевидно, что эта прослойка между длинными активами и деньгами существует и очень значительна (рынок ГКО или T-bills обычно достаточно велик и занимает значительную часть рынка финансовых активов страны).

Это делает анализ Нагатани очень полезным тогда, когда мы размышляем об *альтернативной стоимости денег*. Теперь ясно, что в расчет необходимо принимать *ставку процента* именно по *краткосрочным активам*, так как изменение доходности долгосрочных активов, скорее всего, придет лишь к изменению пропорций вложения в длинные и короткие активы, но не повлияет на спрос на деньги.

4.3. Анализ индивидов, отвергающих риск

Предыдущий анализ базировался на предпосылке нейтрального отношения к риску агентами. Теперь проанализируем тех агентов, которые отвергают риск.

В этом случае критерий ожидаемого богатства использоваться не может. Новым критерием должен стать критерий ожидаемой полезности богатства на конец рассматриваемого периода. $EU(W_{t+1})$.

4.3.1. Традиционный анализ ожидаемой полезности потребления

Как известно, сам подход ожидаемой полезности (впервые сформулированный Бернулли в 18 веке и математически обоснованный Нейманом и Моргенштерном в середине 20 века) не является бесспорным. Однако те разногласия, которые есть у теоретиков, не касаются той части анализа неопределенных ситуаций, который проводим мы в этой модели, поэтому будем спокойно использовать критерий ожидаемой полезности богатства.

Принципиальные результаты анализа проведенного выше не изменятся, а лишь немного уточнятся. Выясним, в какую сторону: повышения спроса на деньги или понижения?

Воспроизведем результаты расчета богатства W_{t+1}, полученные выше, слегка преобразовав их с учетом того, что $M_t^1 = \bar{c} + N$, а $M_t^2 = \bar{c}$:

Вероятность	*Стратегия 1*	*Стратегия 2*
p	$W_t \cdot (1+i) - \bar{c} \cdot (1+i) - N \cdot (1+i)$	$W_t \cdot (1+i) - \bar{c} \cdot (1+i) - N \cdot (1+i) - tc \cdot (1+i)$
$1-p$	$W_t \cdot (1+i) - \bar{c} \cdot (1+i) - N \cdot i$	$W_t \cdot (1+i) - \bar{c} \cdot (1+i)$

Таблица 4.5 Сравнение стратегий 1 и 2

Видно, что во второй стратегии разброс значений будущего богатства больше, чем в первой стратегии: $W_{t+1}^2(p) < W_{t+1}^1(p) < W_{t+1}^1(1-p) < W_{t+1}^2(1-p)$. Традиционная теория ожидаемой полезности дает однозначную трактовку такой ситуации:

- *индивид, отрицающий риск при равном ожидаемом богатстве $E_t W_{t+1}$ выберет ту альтернативу, у которой наименьший разброс (дисперсия) значений будущего богатства W_{t+1}, то есть стратегию 1.*

Отсюда понятно, что согласно традиционной трактовке, отвержение риска индивидами увеличивает спрос на деньги (для целей хеджирования риска). *Чем сильнее группа отвергает риск, тем выше будет спрос на деньги у такой группы при прочих равных условиях*.

4.3.2. Влияние эффекта точек отсчета

Однако данный вывод не следует считать окончательным, так как в ситуациях, подобных этой наиболее ярко проявляется эффект наличия точки отсчета, который противоречит традиционной трактовке рисковых ситуаций. Данный эффект состоит в том, что часто люди при выборе из нескольких рисковых альтернатив смещают свою точку отсчета. Это означает, что

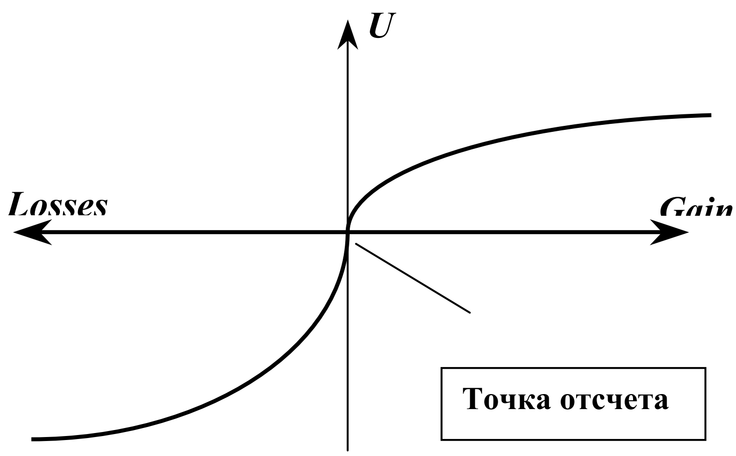


Рисунок 4.1 Влияние точки отсчета на отношение агентов к риску

индивид оценивает свое будущее богатство относительно некоторого значения, которое мы называем точкой отсчета. В этом случае положительный выигрыш может рассматриваться как отрицательный исход, проигрыш, если его значение меньше точки отсчета индивида.

Отношение к проигрышам, как показали эмпирические исследования, очень похоже на отношение к выигрышам: смотри рисунок (этот рисунок справедлив лишь для достаточно ограниченного участка проигрышей, но наша ситуация попадает в рамки этого участка).

На другом рисунке изображены возможные ситуации выбора точки отсчета:

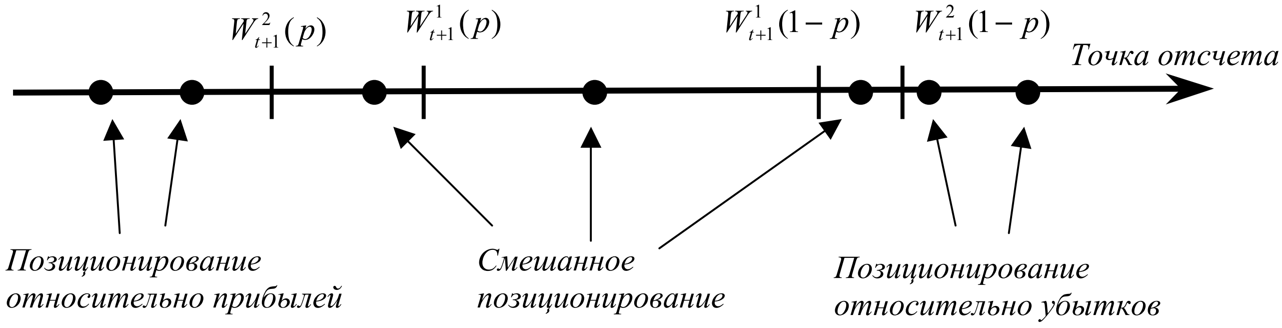


Рисунок 4.2 Выбор точки отсчета при страховании от неожиданных трат

Позиционирование себя (выбор точки отсчета) в описанной ситуации будет зависеть от психологии индивида. Как уже говорилось, индивид может позиционировать себя относительно убытков («пессимисты», точка отсчета очень велика), и тогда стратегия 1 «с гарантированным убытком» скорее всего его не устроит. Человек может позиционировать себя относительно прибылей («оптимисты», точка отсчета мала), например, относительно суммы $W_t - c_t$. В этом случае менее рискованная стратегия 1, как уже не раз говорилось, будет более предпочтительна. Наконец, человек может позиционировать себя таким образом, что иногда он будет оказываться в ситуации прибылей, а иногда в ситуации убытков (смешанное позиционирование). Это самая неопределенная ситуация, в которой ничего заранее сказать нельзя.

Все выше сказанное **не позволяет** утверждать, что чем сильнее группа отвергает риск, тем выше будет спрос на деньги. Основным является то, какие точки отсчета преобладают в группе. Отвергающие риск «пессимисты» уменьшат спрос на деньги, а отвергающие риск «оптимисты» увеличат спрос на деньги по сравнению с анализом, проведенным ранее.

Часть 3. Равновесие на рынке денег

В данной части мы увидим, почему рынок денег был назван рынком денег: рассмотрим механизмы наступления равновесия уравновешивания спроса и предложения денег. В главе 5 мы подробно рассмотрим механизмы подстройки рынка денег под новое равновесие, а также пути взаимодействия рынка денег с другими макроэкономическими рынками в стране.

В главе 6 мы рассмотрим динамическую модель инфляции Кейгана для анализа гиперинфляции. Наконец в главе 7 мы изучим принципы рациональных ожиданий и увидим, к чему приводит использование гипотезы рациональных ожиданий при анализе инфляционной динамики.

5. Равновесие на рынке денег. Общее равновесие в экономике

В первой части данной главы мы рассмотрим механизмы, которые приводят к равенству спроса и предложения на рынке денег. Вот второй части обсудим взаимосвязь рынка денег с остальными рынками.

5.1. Равновесие на рынке денег

Равновесной ситуацией на рынке денег считается такая ситуация, когда **оптимальное** для агентов количество ликвидных средств совпадает с тем **фактическим** запасом денежных активов, который имеется у них на руках в текущий период времени. *То есть традиционно в равновесии спрос на деньги равен предложению денег.*

Напомним, что агенты предъявляют спрос на реальные *кассовые остатки, в то время как ЦБ и КБ создают* номинальные *деньги. Тогда можно записать условие равновесия на денежном рынке в следующем виде*:

$$\left(\frac{M}{P}\right)^D(\underset{+}{Y},\underset{-}{i},\underset{+}{\sigma},\underset{-}{l},\underset{+}{\frac{W}{P}}) = \frac{M^S(controls,\underset{+}{i},\underset{-}{\sigma},\underset{+}{l})}{P} \qquad (5.1)$$

здесь $controls$ *обозначают переменные управления ЦБ.*

Далее мы рассмотрим основные причины, приводящие к установлению (1) на рынке денег. Для этого проанализируем ситуацию, когда равновесие на рынке денег отсутствует.

Все четыре макро-рынка связаны, и ситуация связанная с неравновесием на рынке денег, может развиваться по различным сценариям.

Для определенности предположим, что агенту в текущий момент времени не хватает денег $\left(\frac{M}{P}\right)^D > \frac{M^S}{P}$. Тогда для восполнения недостающего запаса денег агент гипотетически может совершить следующие действия:

1.	взятие ссуды в банке	**рынок денег**
2.	продажа ценных бумаг	**рынок финансовых активов**
3.	сокращение потребление	**рынок благ**

4. увеличение предложения труда **рынок труда**

Аналогичный набор альтернатив возникает при избытке денежной массы у агента (направление изменения переменных, очевидно, будет обратным описанной выше ситуации). Далее попробуем разобраться, какие из альтернатив будут для агента фактически работающими.

Решения о потреблении и предложении труда индивида, как известно из макроэкономической теории, непосредственно не зависят от количества денег на руках, хотя зависят от богатства индивида (и других переменных, которые нас сейчас не интересуют).

Меняется ли богатство индивидов при изменении предложения денег ЦБ?

Из теории предложения денег нам известно, что ЦБ имеет *отдельный баланс* от правительства (минфина), то есть балансово является независимым органом. Поэтому увеличение (или уменьшение) предложения денег возможно только в случае покупки (или продажи) активов (иностранной валюты или ценных бумаг правительства) ЦБ.

В итоге при проведении данных операций совокупное богатство публики не изменяется! Оно лишь меняет свою форму, переходя из доходных активов публики в денежные, причем переход этот совершается с согласия самой публики, которая продает активы ЦБ по выгодной для нее цене.

Поэтому ситуация на рынке денег не должна влиять богатство, и, следовательно, на потребительские решения агента (обратное, естественно, не верно). Это значит, что для решения проблем ликвидности данные рынки напрямую использоваться агентом не будут, хотя могут выступить как краткосрочные посредники между проблемой ликвидности и рынком финансовых активов.

И хотя дальнейший анализ покажет, что окончательное равновесие на рынке денег возможно только *при участии рынка благ*, процессы, происходящие на рынке благ, будут вызваны последствиями изменения ставки процента на финансовых рынках, то есть напрямую зависеть от рынка денег не будут

Итак, оставшимися возможностями управления денежной массой для агента являются:

- **операции с ссудами в КБ** (рынок денег)
- **операции с ценными бумагами** (рынок финансовых активов)

Посмотрим, к чему приведет действие данных механизмов. Далее мы увидим, что оба эти механизма не приводят к существованию устойчивого равновесия на рынке денег в долгосрочном периоде, хотя позволяют достаточно быстро уравновесить рынок денег в краткосрочном.

5.1.1. Равновесие на рынке денег в краткосрочном периоде

В течение краткосрочного периода уровень цен и ВВП в экономике считаются экзогенными величинами, так как рынок благ остается не затронутым.

Самым подвижным рынком в экономике является рынок финансовых активов. Именно он первым реагирует на возникающую неравновесную ситуацию на рынке денег. Начнем же мы свой анализ с изучения возможности самоуравновешивания рынка денег.

5.1.1.1. Внутреннее равновесие на рынке денег. Эндогенная денежная масса

Внутренними механизмами уравновешивания рынка денег мы назовем те механизмы, которые:

- связаны с выдачей (погашением) ссуд коммерческими банками
- не связаны с куплей (продажей) финансовых активов какими-либо агентами
- реализуются без прямого регулирования со стороны ЦБ.

Самоуравновешивание рынка денег возможно в том случае, когда сами КБ могут разрешить проблему избытка (недостатка) ликвидных средств в экономике. Решение о способе решения проблемы, безусловно, остается за агентом, поэтому мы для начала проанализируем лишь те возможности, которые есть у системы КБ по удовлетворению потенциального спроса (предложения) инструментов. Могут ли КБ обойтись без операций на финансовых рынках и решить проблему ликвидности для всей экономики?

Технически операции по предоставлению кредитов (ссуд) агентам, испытывающих недостаток ликвидных средств давно реализованы, и в КБ развитых стран практически автоматизированы через *предоставление кредитной линии заемщику*. Посмотрим, какое влияние такие операции окажут на банковскую систему в целом.

Для начала заметим, *что выдача ссуд для банка всегда означает увеличение спроса на резервы*, выдает ли банк саму ссуду из резервов (ссуда, выдаваемая наличными), или банку необходимо увеличить резервы для нормального обслуживания вновь открытых депозитов (ссуда, перечисляемая на депозит).

Из теории предложения денег известно, что, в конечном счете, выданные в виде ссуд ликвидные средства распределяются среди наличности и депозитов агентов, получивших ссуду, в известной пропорции: $cr = \frac{\Delta C}{\Delta D}$. Следовательно, на каждый рубль выданных ссуд банкам необходимо мобилизовать: $(\frac{cr}{1+cr} + \frac{1}{1+cr} \cdot rr) = \frac{1}{\mu}$ рублей избыточных резервов. Если банки смогут найти необходимые резервы, то смогут выдать ссуду нуждающимся в ней агентам.

Гипотетически, дополнительные резервы банки могут привлечь из следующих источников:

1. за счет кредитов у ЦБ ($\Delta Cred(i_{ref}) > 0$)
2. за счет кредитов на межбанковском рынке кредитов
3. за счет поступлений от публики *($\Delta D > 0$). В случае, когда все средства агентов уже лежат на депозитах и в наличности, данная возможность исключается*

4. за счет продажи финансовых активов, принадлежащих банку. *Данные операции по определению не относятся к внутренним механизмам так как затрагивают финансовые рынки.*

Остаются два возможных варианта: 1) и 2), которые мы рассмотрим немного подробнее.

Кредитование под ставку рефинансирования

Как мы увидим, данный вариант является единственным шансом банковской системы решить проблему наличности агентов без подключения других рынков. Например, КБ берет ссуду у ЦБ под ставку рефинансирования и выдает средства агенту, у которого был недостаток предложения денег.

В данном случае никакие другие рынки напрямую затронуты не будут и рынок денег уравновесится за счет внутренних сил, а само предложение денег в этом случае, можно назвать *эндогенным предложением денег*. Эндогенным потому, что количество денег в экономике будет зависеть не столько от желания ЦБ выпускать деньги, сколько от желания агентов эти деньги у себя держать (то есть предложение зависит от спроса на деньги).

Кредитование на межбанковском рынке кредитов

Кредитование на межбанковском рынке кредитов также, в принципе, может быть использовано банком для привлечения избыточных резервов для выдачи ссуд нуждающимся. Аналогично средства после закрытия ссуд могут направляться банками на межбанковский рынок кредитов.

Рынок межбанковских кредитов работает с ликвидными средствами банков (избыточными резервами банков), в текущий момент не нашедшими иного лучшего применения. На этом рынке одни банки (с избытком ликвидных средств) делятся этими избыточными резервами с другими банками (за некоторую плату в виде процентов на выданную ссуду). Самым известной ставкой процента на межбанковском рынке является LIBOR (London InterBank Offered Rate), относительно которой очень часто задаются доходности различных инструментов финансового рынка.

В случае, если многие агенты кинутся за ссудами в банки, а многие банки попытаются занять на межбанковском рынке, на данном рынке будет большой избыток спроса на кредиты, что обычно увеличивает ставку по кредитам на межбанке. В итоге многим КБ будет выгодно продавать принадлежащие им финансовые активы для получения большей прибыли при выдаче кредита под высокую ставку на межбанке.

Продажа финансовых активов банками неизбежно запустит и внешний механизм уравновешивания рынка денег.

Проблемы мобилизации резервов банковской системой

В случае кредитования банков под ставку рефинансирования количество денег в обращении и в резервах банков (*денег повышенной мощности*) *увеличивается* (независимо от желания ЦБ). Падение ставки процента на межбанковском рынке кредитов приведет к уменьшению привлекательности такого рода кредитования у ЦБ. Кроме того, очень часто КБ страны практически не пользуются кредитованием у ЦБ под ставку рефинансирования. Все это сильно уменьшает вероятность займа КБ у ЦБ средств для удовлетворения спроса на ссуды со стороны публики.

Второй же вариант привлечения резервов *не увеличивает* общую сумму денег повышенной мощности, а переводит часть резервов КБ, ранее обращавшихся на межбанковском кредитном рынке, в наличность в обращении и те резервы, которые используются банками для обслуживания открытых депозитов. Понятно, что механизм привлечения средств с межбанковского рынка кредитов является достаточно ограниченным (по причине ограниченности рынка межбанковских кредитов) и, к тому же, обычно сопровождается операциями с активами.

Выше сказанное показывает, что *полностью разрешить проблему ликвидности за счет операций со ссудами не удастся*. Причины этого:

1. Для агентов данная возможность является лишь одним из вариантов решения проблемы ликвидности. Основной (доминирующей) альтернативой является продажа (покупка) финансовых активов. Причем чем больше люди пользуются займом у КБ, тем менее привлекательным становится для них займ у КБ, тем выше привлекательность использования рынка финансовых активов.
2. У КБ часто не хватает мобилизационных возможностей удовлетворять дополнительный спрос на ссуды (или без проблем сокращать объем ссуд)

Казалось бы, тот факт, что рынок денег может частично восстанавливать равновесие за счет внутренних сил должен радовать ЦБ, так как облегчает ему процесс управления денежной массой. Однако если бы внутренние механизмы всегда приводили к восстановлению равновесия на рынке денег, то роль ЦБ по управлению ситуацией в экономике, была бы ничтожной. *Позиции же ЦБ так сильны в реальности именно потому, что неравновесные ситуации на рынке денег чаще всего устраняются с помощью действия внешних механизмов, что приводит к изменению основных макроэкономических переменных*.

Рассматривая эти механизмы в дальнейшем, мы столкнемся с достаточно странным фактом того, что внутренние механизмы лишь «мешают» действию внешних.

5.1.1.2. Внешнее равновесие на рынке денег

Как мы уже выяснили, внешним механизмом уравновешивания рынка денег является уравновешивание через рынок финансовых активов. Сначала рассмотрим общую схему процесса.

Общая схема процесса подстройки

Пусть в начальный момент времени на рынке денег существует *избыток предложения денег* (пока не будем детализировать, каким образом данный избыток случился). Это означает, что на руках у публики денег больше, чем агенты публики хотят и могут иметь в текущей ситуации. Так как агентов публики достаточно много, то логично предположить, что данная проблема имеется не у всех агентов, а только у некоторых. В этом случае данные агенты могут решить проблему излишней ликвидности для себя лично, купив на «лишние» деньги некоторые финансовые активы. Но, как мы уже видели, с точки зрения рынка в целом, покупка финансовых активов одними агентами и продажа финансовых активов другими не решает проблему наличия излишней ликвидности на рынке в целом. *Каждый из агентов, лишь передает как по эстафете проблему лишней ликвидности своему соседу. А проблемные лишние деньги (далее мы иногда будем их называть «горячими») всего лишь меняют владельца.*

В теме предложения денег мы уже встречались с подобной ситуацией и помним, что в процессе передачи проблемных денег в экономике возникает *индуцированный спрос на финансовые активы*. Этот спрос ведет к увеличению цен финансовых активов, а, следовательно, снижению ожидаемой доходности данных активов.

На рисунке изображена ситуация избытка ликвидности при начальной ставке процента i_0. Стрелочкой показано направление изменения ставки процента вследствие увеличения цен финансовых активов. По мере падения ставки процента спрос на деньги начинает расти $(\frac{M}{P})^D \uparrow$, в то время как предложение денег снижается $\frac{M^S}{P} \downarrow$. Уровень цен в данном процессе является экзогенным, так как рынок благ остается незатронутым.

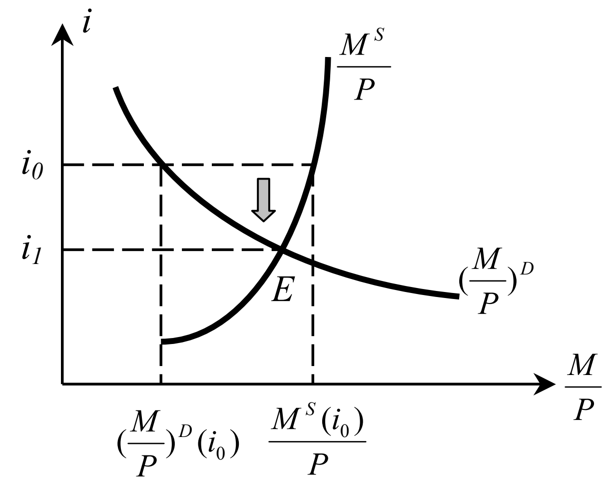


Рисунок 5.1 Краткосрочное равновесие на рынке денег

При некоторой ставке процента i_1 процесс роста цен финансовых активов прекращается, так как данная ставка процента устраняет причину повышения: излишняя ликвидность исчезла. Все денежные средства (слегка сократившиеся вследствие падения ставки процента) обрели своих счастливых обладателей, которые теперь готовы держать денежные активы из-за снизившейся доходности процентных. Эстафета передачи активов прекратилась. Рынок денег пришел в равновесие (т. E) за счет изменения цен на рынках финансовых активов (ставки процента), то есть за счет действия внешнего механизма.

Внешний механизм уравновешивания рынка денег в SR изображен схематически (изображен уже описанный выше случай избытка ликвидных средств):

$$(\frac{M}{P})^D(i_0) < \frac{M^S(i_0)}{P} \Rightarrow$$ **Увеличение спроса на финансовые активы** $\Rightarrow$ **Повышение цен финансовых активов** $\Rightarrow$ **Понижение ожидаемой номинальной доходности активов** $\Rightarrow$ **Повышение спроса на деньги и понижение предложения денег** $\Rightarrow$

$$(\frac{M}{P})^D(i_1) = \frac{M^S(i_1)}{P}$$

Аналогичным путем будет идти процесс наступления равновесия в ситуации, когда $(\frac{M}{P})^D(i_0) > \frac{M^S(i_0)}{P}$.

Рассмотрим более подробно подстройку рынка денег под увеличение предложения денег ЦБ. Предположим, что рынок находится в равновесии (уже отработал все предыдущие шоки) и ЦБ увеличивает предложение денег через покупку ценных бумаг правительства на открытом рынке (аналогично процесс будет протекать в случае покупки ЦБ иностранной валюты на рынке).

Распишем по шагам, как будет проходить процесс.

Стадии процесса краткосрочной подстройки

1) ЦБ покупает облигации правительства (иностранную валюту)
2) Деньги поступают на счета спекулянтов
3) Спекулянты стараются от этих денег избавиться, покупая на них различные финансовые активы. Так как спекулянты не снимают наличности и не оставляют средства на своем счету на долгое время, имеем $\Delta M = \Delta B_{CB}$ и фактический мультипликатор близкий к единице (считаем, что банков достаточно много и выдачу ссуд (или покупку ценных бумаг) они начнут только после того, как деньги задержатся на счете на достаточный период времени)
4) В результате индуцированных спекулянтами покупок на рынках активов котировки активов растут, приводя к падению ставки процента $i\downarrow$ (далее мы увидим, что данное падение не является долгосрочным)
5) Падение ставки процента приводит к некоторому увеличению спроса на деньги со стороны агентов (для разнообразных целей) $(\frac{M}{P})^D\uparrow$

6) Увеличение спроса на деньги приводит к тому, что некоторые агенты начинают избавляться от финансовых активов. В конце концов «горящие» деньги на счетах спекулянтов постепенно оседают на счетах тех, кто при нынешней более низкой ставке процента согласен держать ликвидные средства. Деньги, наконец, обретают владельца, который согласен держать их достаточно длительное время.
7) Альтернативой продаже финансовых активов, как мы уже видели, является взятие ссуды в банке. Однако самый вероятный сценарий при этом заключается в том, что агент банк выступит лишь как посредник между собой и финансовым рынком, так как банк, ощущая недостаток резервов и не имея возможности этот спрос качественно удовлетворить, неизбежно окажется на рынке ценных бумаг, где продаст часть своего портфеля. Это очевидно, так как ставка на межбанке будет расти, а доходность финансовых активов падать.
8) Новые владельцы денег распределяют свои ликвидные средства в некоторой пропорции между наличными C и безналичными D (cr)
9) Банки начинают работать с более долгосрочными депозитами, которые осели у них на руках, выдавая часть полученных от населения средств ($\Delta D > 0$) в виде ссуд ($\Delta Credits = \Delta D \cdot [1 - rr]$) тем, кто в них нуждается (благо, спрос на ссуды будет достаточно велик потому, что ставка процента упала). Начинается процесс подстройки под мультипликатор μ
10) В процессе подстройки у публики оказывается все больше денег (в результате траты ссуд, которые берут агенты). Эти деньги достаточно быстро оказываются опять на финансовом рынке и опять начинают давить на ставку процента в сторону понижения($i \downarrow$)
11) Дальнейшее понижение ставки процента приводит к дальнейшему росту спроса на деньги.
12) По мере падения ставки процента теоретический мультипликатор ($\mu = \dfrac{cr+1}{cr+rr}$) падает, так как люди все больше предпочитают наличные деньги безналичным ($cr \uparrow$), а банки все меньше имеют стимулов для выдачи ссуд ($rr \uparrow$).
13) Фактический же мультипликатор $\dfrac{\Delta M}{\Delta H}$ в процессе подстройки растет (подтягивается к теоретическому). Рост предложения денег сопровождается увеличением спроса на деньги. Оба эти процесса друг друга поддерживают, но в процессе подстройки оба постепенно затухают.
14) Условия окончания процесса всех процессов подстройки (дающие более развернутое определение равновесия на рынке денег)
    a) агенты публики будут иметь столько денег, сколько они хотят и могут иметь в текущей ситуации
        i) исчезнет проблема «лишних» денег у спекулянтов
        ii) также исчезнет проблема недостатка денег у других агентов при уменьшении ставки процента

b) распределение средств публики на наличные и безналичные оптимально для всех агентов публики
c) распределение активов КБ на резервы R и процентные активы ($Credits$) оптимально для банков в текущей экономической ситуации
d) ни у одного из агентов не будет стимулов к изменению текущей ситуации на рынке денег.

Вредная эндогенность денежной массы

Любопытно, что эндогенность денежной массы не только не помогает в процессе подстройки, но еще и мешает быстрому окончанию данного процесса (что, впрочем, может быть положительным для ЦБ моментом, так как это усиливает эффект, производимый действиями ЦБ на экономику).

Это происходит потому, что при падении ставки процента у некоторых агентов возникает спрос на деньги. Удовлетворение данного спроса за счет «горячих» денег спекулянтов запускает механизм подстройки банковской системы под мультипликатор. Если же спрос публики на ликвидность частично удовлетворяется банками за счет выдачи ссуд, то «горячие» деньги спекулянтов, не находя своего пристанища, продолжат «терроризировать» финансовые рынки. В этом случае падение ставки процента, необходимое для наступления равновесия на рынке денег будет более значительным.

Однако, как уже отмечалось, мобилизационные возможности банков ограничены, поэтому банки, видя спрос на ссуды со стороны клиентов, в конце концов, будут вынуждены продавать часть своего портфеля ценных бумаг. В этом случае роль КБ выступят как посредники между клиентами и рынком финансовых активов, так как банки будут лишь транслировать излишний спрос на заемные средства клиентов на финансовые рынки.

5.1.1.3. Нестабильность равновесия на рынке денег в SR

Не трудно заметить, что *равновесие на рынке денег, связанное с процессами на финансовом рынке будет достаточно нестабильным*. Этот факт имеет чрезвычайно серьезные последствия для рынка денег в целом, и, в крайнем случае, может просто привести к бесполезности всего выше сказанного для анализа средне- и долгосрочного равновесия на рынке денег.

Дело в том, что *снижение ставки процента на финансовом рынке в результате повышения цен финансовых активов есть явление краткосрочное по своей сути*. Не следует забывать, что ставка процента в экономике есть величина, которая зависит от многих переменных и повышение цен финансовых активов за счет избыточного спроса производит лишь краткосрочный эффект. По прошествии некоторого периода времени (зависящего от горизонта планирования) агенты, приспособившись к новому более высокому уровню цены активов, вновь потребуют от них более высокой доходности. А конкретнее той доходности, что была раньше, с небольшой поправкой на уменьшение количества облигаций в обращении. Это произойдет потому, что факторы, влияющие на фундаментальную реальную ставку процента r_{fund}, а также на ожидаемую инфляцию фактически не изменились, а, следовательно, и номинальная доходность активов измениться в LR не должна:

$$(1+r_{fund})\cdot(1+\pi^{e})\Rightarrow(1+i) \qquad (5.2)$$

Долгосрочным для рынка денег мы назовем тот период, за который агенты сменят свои ожидания относительно будущих цен финансовых активов, восстановив требуемую (ожидаемую) от активов фундаментальную реальную ставку процента. Данная трактовка формулы Фишера очень похожа на объяснение данной связи, данное самим Фишером.

Повышение ставки процента в LR вновь выведет рынок денег из равновесия, так как агенты вновь уменьшат спрос на деньги. Опять появятся лишние деньги, и процесс начнется заново с блуждания «горячих» денег по финансовым рынкам.

Ситуация может усугубиться еще и тем, что рациональные агенты могут просчитать эту ситуацию заранее и не увеличивать свой спрос на деньги в момент краткосрочного падения ставки процента (понимая, что ставка процента падает лишь на короткий срок). Forward Looking Foresights (FLF) могут привести не только к нестабильности равновесия в SR, но могут помешать механизмам, обеспечивающим наступление этого равновесия.

Другим неприятным моментом может стать FLF на рынке финансовых активов, которые могут привести к тому, что смена ожиданий произойдет чрезвычайно быстро.

*Приходится констатировать, что неравновесная ситуация на рынке денег в краткосрочном периоде запускает механизмы уравновешивания через финансовые рынки, которые **не могут обеспечить средне- и долгосрочную стабильность нового равновесия** на рынке денег.*

Однако, как известно из эмпирики, долгосрочное равновесие рынка денег достаточно стабильно. Дальше мы увидим, что эта стабильность обеспечивается другими более долгосрочными механизмами, связанными с реакцией рынком благ.

5.1.2. Равновесие на рынке денег в долгосрочном периоде

В долгосрочном периоде уровень цен и реальный ВВП в экономике не могут считаться экзогенными величинами. Неравновесная ситуация на рынке денег, как мы видели, приводит к изменению ставки процента в экономике. Из макроэкономики нам известно, что изменение ставки процента воздействует на совокупный спрос AD. Как только начинает работать данная связка: «ставка процента – совокупный спрос», в экономике запускается ценовой механизм уравновешивания рынка денег. Кроме того «побочным результатом» такого уравновешивания является изменение ВВП в экономике, что, по сути, и является главной целью изменения денег ЦБ. Ценовой механизм и является основным механизмом уравновешивания рынка денег в LR, обеспечивая стабильность данному рынку.

Для того чтобы понять основные причины изменения цен при изменении денежной массы, несколько подробнее остановимся на каждом этапе реакции рынка благ на последствия неравновесной ситуации на рынке денег.

5.1.2.1. Влияние рынка денег на уровень цен и ВВП

В самом начале мы заявили, что непосредственно количество денег на руках агентов никак не может повлиять на потребительские решения агентов. Это так, но в процессе внешней подстройки рынка денег затрагивается рынок финансовых активов, на котором формируется номинальная ставка процента в экономике.

Эмпирика показывает, что *в краткосрочном периоде номинальная ставка процента определяет реальную ставку процента, так как ожидаемая инфляция меняется медленнее цен финансовых активов*, и формула Фишера (в SR) действует в следующем направлении:

$$\frac{1+i}{1+\pi^e} \Rightarrow 1+r \tag{5.3}$$

Из макроэкономической теории нам известно, что различные составляющие спроса в экономике реагируют на *изменение реальной ставки процента.*

Совокупный спрос принято разделять на 4 основные составляющие: $AD = C + I + G + (Ex - \mathrm{Im})$. В теории известно, что снижение *реальной ставки процента* r может приводить к увеличению всех четырех составляющих спроса. Особенно сильно на данную ставку реагируют потребительские расходы ДХ C и инвестиционные фирм I. Все это приводит к отрицательной зависимости совокупного спроса от реальной ставки процента:

$$AD = AD(\underset{+}{Y}, \underset{-}{r}, \ldots) \tag{5.4}$$

Если ЦБ может управлять номинальной ставкой процента через денежную массу (или ставку рефинансирования), то согласно (5.2) и (5.3) у него появляется рычаг управления совокупным спросом в экономике.

Дальнейшая картина происходящего далеко не бесспорна, однако на данный момент времени представляется наиболее вероятной.

Большинство экономистов полагает (и эмпирика в общих чертах это подтверждает), что *в SR изменение совокупного спроса AD приводит к изменению предложения фирм AS в том же направлении.*

Причин действия данного механизма связи немало. Они изучаются в макроэкономической теории совокупного предложения. Большинство причин связаны *с изменением уровня цен*, возникающего вследствие изменения спроса AD при первоначально неизменном предложении.

Оказывается, что с помощью управления совокупным спросом можно управлять реальным производством в стране. Поэтому не удивительно, что Центральные Банки разных стран наряду с правительствами стали самыми влиятельными игроками с точки зрения управления экономикой.

Схематически изобразим все, что мы сказали о реакции рынка благ. Для определенности будем считать, что ЦБ увеличил предложение денег:

$$\boxed{M^S \uparrow} \Longrightarrow \boxed{i\downarrow \Rightarrow r\downarrow} \Longrightarrow \boxed{AD(\underset{-}{r})\uparrow} \Longrightarrow \boxed{P\uparrow} \Longrightarrow \boxed{Y = AS(\underset{+}{P})\uparrow}$$

Теперь посмотрим, как данный механизм, вызванный к жизни по вине рынка денег, повлияет на сам рынок денег.

5.1.2.2. *Влияние уровня цен и ВВП на рынок денег*

На данном этапе мы проследим взаимозависимость денежно-финансового сегмента и реального сегмента экономики. Влияние рынка денег на реальный рынок мы рассмотрели, теперь рассмотрим обратное влияние.

Мы помним, что спрос на деньги зависит от уровня цен, ВВП, номинальной ставки процента и других величин:

$$M^D = P \cdot L(\underset{+}{Y}, \underset{-}{i}, \ldots) \tag{5.5}$$

Также знаем о существовании «быстрого» механизма равновесия на рынке денег через рынок финансовых активов и о нестабильности в LR данного механизма. Все это было описано выше.

Увеличение уровня цен и ВВП в экономике приведет к увеличению спроса на деньги (5.5). Данное увеличение не будет связано с нестабильной ставкой процента, а будет долгосрочным и устойчивым в LR.

Полагаю, у читателя в голове могла возникнуть путаница, связанная с определением SR и LR.

С точки зрения рынка денег, SR – это достаточно короткий промежуток времени, когда уровень цен и ВВП измениться не успевают, но денежно-финансовая система приводит рынок денег в равновесное состояние. LR – это более длительный период, который наступает, когда агенты меняют свои ожидания относительно будущих цен финансовых активов в соответствие с прямой логикой формулы Фишера:

$$(1 + r_{fund}) \cdot (1 + \pi^e) \Rightarrow 1 + i \tag{5.2}$$

Краткосрочное равновесие в этом случае, как уже замечалось, становится неустойчивым, и, как только наступает LR, процесс перехода в квазиустойчивое состояние повторяется заново.

С точки зрения рынка благ SR – это такой срок, когда цены ресурсов не успевают среагировать на изменение цен товаров и у производителей возникают стимулы к изменению производства.

Эту особенность следует помнить и следить за тем, о равновесии на каком рынке идет речь.

Оказывается, только через данный устойчивый спрос на деньги можно постепенно убрать с рынка излишнюю ликвидность, которую денежно-финансовая система сама надолго «проглотить» не может.

На рынке денег мы будет наблюдать такую картину: увеличение спроса на деньги, связанное с повышением уровня цен и ВВП запустит все тот же краткосрочный механизм подстройки через рынок финансовых активов. Ставка процента будет расти вследствие множественных продаж на финансовых рынках.

В итоге первоначальная краткосрочная (и нестабильная) причина повышения спроса на деньги (низкая ставка процента) ослабится. Это, естественно, не означает падение общего спроса на деньги, просто основными мотивами, побуждающими теперь агентов держать выпущенные ЦБ деньги, будут более высокие уровни цен и ВВП. Краткосрочный неустойчивый мотив (низкая ставка процента) частично сменятся долгосрочными устойчивыми мотивами (высокий уровень цен и ВВП).

Спрос на деньги станет более устойчивым и «горячих денег» станет меньше, так как они частично уйдут с рынка финансовых активов, осев в портфелях тех, кому они нужны для долгосрочных целей.

Впрочем, полностью ситуация с рынком денег на данном этапе не стабилизируется. Это произойдет потому, что прирост спроса на деньги за счет появления долгосрочных устойчивых мотивов будет меньше первоначального прироста денежной массы $\Delta M^D = f(\underset{+}{\Delta P}, \underset{+}{\Delta Y}) < \Delta M^S$. А, следовательно, «горячие деньги» уменьшатся в количестве, но не исчезнут совсем. Произошедшее повышение ставки процента лишь ослабит эффект понижения ставки процента, произошедший в самом начале. После всех описанных событий ставка процента будет все же ниже, чем была до увеличения предложения денег, что, собственно, и приводит к стабильному существованию повышенного спроса на блага, высокого уровня цен и ВВП. Описательный анализ на данном этапе все более усложняется, поэтому чтобы глубже проанализировать взаимосвязь денежно-финансового и реального сегментов экономики проведем графический анализ общего равновесия, а также отклонения от общего равновесия в результате увеличения предложения денег.

5.2. Общее равновесие в экономике

Для анализа общего равновесия мы воспользуемся моделью AD-AS. Мы рассмотрим *случай малой открытой экономики с низкой мобильностью капитала.* Данная модель базируется на идее запаздывания цен ресурсов (в данном случае заработной платы W) от цен товаров P.

На рисунке 5.2 показаны:

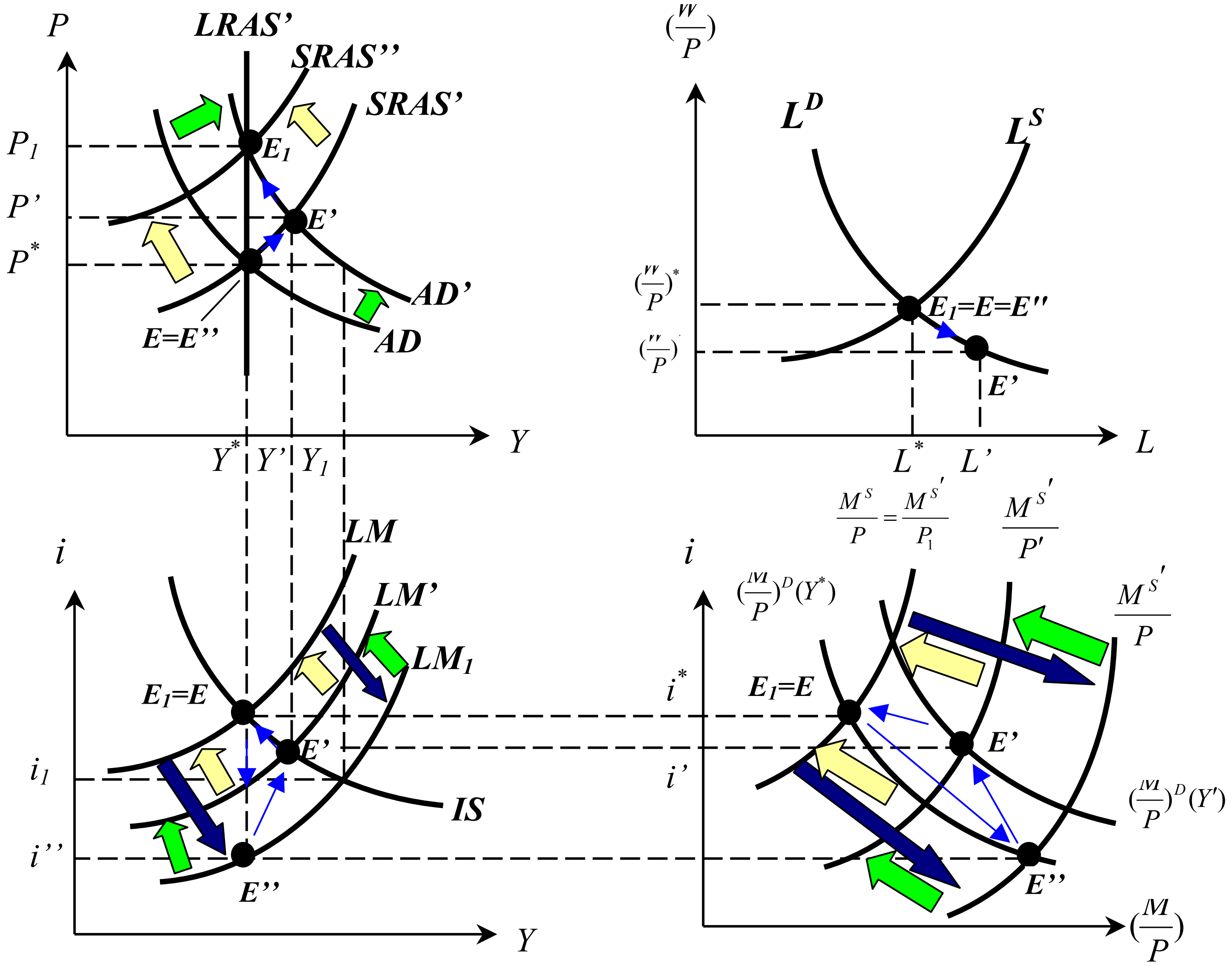


Рисунок 5.2 Анализ наступления общего равновесия в модели неоклассического синтеза

- *рынок труда* — *I квадрант*
- *модель* AD-AS — *II квадрант*
- *модель* IS-LM — *III квадрант*
- *рынок денег* — *IV квадрант*

Экономика движется от начального равновесия E к новому E_1, проходя два промежуточных состояния E'' и E' ($E \to E'' \to E' \to E_1$). Опишем процессы, происходящие в экономике при этом переходе.

5.2.1. Краткосрочное равновесие на рынке денег

На графике ($E \rightarrow E''$).

В начале экономика находится в равновесии E. На рынке денег наблюдается равновесие: $\frac{M^S(i^*)}{P^*} = (\frac{M}{P})^D(Y^*, i^*)$. На рынке труда также равновесие: $L^D(\frac{W}{P^*}) = L^S(\frac{W}{P^*})$. Рынок благ в равновесии, так как точка E в модели IS-LM находится на кривой IS. Рынок финансовых активов, в паре с денежным рынком также в равновесии (точка на кривой LM). В модели AD-AS равновесие, так как все три кривые (AD, SRAS, LRAS) пересекаются в одной точке E.

ЦБ увеличивает предложение денег. На первоначальном этапе рынок денег уравновешивается при более низкой ставке процента i''. Экономика переходит в точку E''. При экзогенной ожидаемой инфляции реальная ставка процента падает, спрос на инвестиции и потребление возрастает, в то время как совокупное предложение на этом этапе не изменяется. На рынке благ возникает избыток спроса.

В модели IS-LM кривая LM сдвигается в положение LM_1. При неизменных ценах новое равновесие в системе трех рынков наступит в точке пересечения LM_1 и IS. Однако экономика не попадет в эту точку, так как фирмы могут увеличить предложение благ только при увеличении цен, которое приведет к падению реальной заработной платы.

5.2.2. Долгосрочное равновесие на рынке денег

($E'' \rightarrow E'$)

Данный переход мы уже частично описали выше. Итак, переход $E'' \rightarrow E'$ произойдет из-за увеличения совокупного спроса на рынке благ (вследствие падения номинальной и реальной ставок процента), что приводит к увеличению уровня цен на рынке благ до P'. Повышение уровня цен ведет к падению реальной заработной платы до уровня $\frac{W}{P'}$ (реальных цен ресурсов) ниже равновесного. В этих условиях спрос на труд (на ресурсы) увеличивается, а производства в стране растет до Y' (выше потенциального Y^*).

На рынке денег спрос на реальные деньги увеличивается из-за того, что возрастает производимый ВВП (спрос на номинальные деньги становится более стабильным), а предложение реальных денег падает из-за увеличения цен (но оно все еще выше первоначального $\frac{M^S(i^*)}{P^*}$). В результате ставка процента возрастает до уровня i'. Все эти процессы описаны в главке «Влияние цен и ВВП на рынок денег».

В модели IS-LM кривая LM сдвигается в положение LM' из-за увеличения цен. Итак, в точке E' в равновесии находятся все рынки за исключением рынка труда (ресурсов). В краткосрочном периоде рынок труда (ресурсов) не может уравновеситься, так как все процессы, приводящие к уравновешиванию рынка труда (ресурсов), являются более длительными.

Дальнейшая динамика системы будет связана с уравновешиванием рынка труда (ресурсов). Все остальные рынки, как предполагается, в течение приспособления рынка труда (и других ресурсов) не выходят из равновесия (механизмы уравновешивания более быстрые)

5.2.3. Долгосрочное равновесие на рынке труда

($E' \to E_1$)

Основным двигателем процесса $E' \to E_1$ будет борьба за повышение заработной платы, которую будут вести рабочие, неудовлетворенные тем, что в точке E' они работают много за невысокую заработную плату (ситуация с другими ресурсами сходная). Рано или поздно эта борьба увенчается успехом.

В результате из-за повышения заработной платы (цены ресурсов) издержки производства растут, а кривая SRAS начинает смещаться влево вверх. В экономике начинается инфляция издержек, то есть ситуация повышение цен, обусловленная повышением издержек фирм (затрат на оплату труда и других ресурсов). Инфляция издержек обычно сопровождается падением производства, что мы и наблюдаем в переходе $E' \to E_1$.

Данный переход будет сопровождаться повышением цен товаров и заработной платы (цен ресурсов), причем заработная плата (цены ресурсов) будет расти быстрее цен товаров, что приведет к повышению реальной зарплаты (реальной цены ресурсов) и падению спроса на труд (ресурсы) со стороны фирм.

В результате повышения уровня цен товаров спрос на номинальные деньги будет расти, хотя спрос на реальные деньги будет падать вследствие падения производства в стране.

Экономика опять возвращается к производству потенциального ВВП Y^* при более высоком уровне цен. На рынке труда опять восстанавливается равновесие при той же самой реальной зарплате $\dfrac{W'}{P'} = \dfrac{W}{P^*}$.

Рынок денег также возвращается в свое первоначальное положение, так как ВВП возвращается на потенциал, а уровень цен возрастает во столько же раз, во сколько раз первоначально возросла денежная масса. Если взглянуть на процесс точки зрения стабильности равновесия рынка денег, то только по прошествии достаточно длительного периода приспособления всех рынков, равновесие на рынке денег будет полностью стабильным, так как исчезнет спрос на деньги, основанный на нестабильной (в LR) причине (на низкой ставке процента).

5.2.4. Нейтральность денег

В конце всего процесса приспособления, как показывает данная модель, мы имеем тот же самый спрос на реальные деньги, тот же самый запас реальных денег, а, следовательно, ту же самую ставку процента. Реальный ВВП Y также возвращается на первоначальный уровень.

Деньги называют ***нейтральными*** *тогда, когда изменение денежной массы не влияет на реальные переменные, а приводит лишь к пропорциональному изменению цен.*

В описанной модели деньги являются нейтральными в самом долгосрочном периоде (точка E_1). В краткосрочном периоде (пока рынок ресурсов еще не приспособился к текущему уровню цен) нейтральность денег нарушается.

Если деньги были бы нейтральными во всех периодах, ЦБ не имел бы возможности влиять на ситуацию через рынок денег. На том, что деньги не нейтральны в SR сходятся большинство современных экономистов, в том числе и все ЦБ, проводящие активную монетарную политику.

В конце данной главы мы обсудим роль и место ЦБ в современном экономическом процессе.

5.2.5. Политика ЦБ с точки зрения общего равновесия в экономике

В данной главе мы выяснили, что ЦБ может с помощью денежно-кредитной политики влиять на спрос в экономике, а через спрос влиять на цены, производство, занятость. Далее мы показали, что эффекты от действий ЦБ имеют временных эффект и с течением времени приводят лишь к повышению уровня цен. В связи с этим возникает вопрос о том, зачем вообще рулить экономикой, если все что мы можешь сделать – это повлиять на краткосрочную конъюнктуру.

Дело в том, что большинство колебаний экономической активности связано со случайными колебаниями совокупного спроса. Данные колебания являются краткосрочными по своей природе, однако для экономики в целом достаточно не приятны, так как ведут к большей нестабильности, более высоким рискам в экономике и т.д.

Современная история ЦБ показывает, что он может ослабить такого рода колебания с помощью проведения *контрциклической* монетарной политики. Для этого в момент краткосрочных спадов совокупного спроса ЦБ должен проводить политику дешевых денег, насыщая экономику деньгами, сбивая доходность финансовых активов, облегчая людям и фирмам покупки в кредит. Все это позволяет поддержать падающий спрос и не допустить вредных колебаний активности. Ситуация меняется на противоположную в ситуации *перегрева экономики*, когда фирмы под действием некоторых стимулирующих факторов увеличивают спрос на блага настолько, что это начинает грозить экономике высокой инфляцией. Инфляция также сулит неприятности агентам. Основная неприятность высокой инфляции состоит в ускоренном обесценении накопленного агентами богатства в результате падения реальной его ценности. В этом случае ЦБ делает деньги дорогими, снижая предложение денег, повышая ставки процента по активам. В этих случаях агенты начинают зажимать траты, которые раньше делали в излишних (с точки зрения ЦБ) количествах, и инфляционное давление сокращается.

В экономике происходят не только шоки спроса, но также и шоки со стороны предложения. В этом случае ЦБ не удается так гармонично гасить вредные для экономики колебания, так как в случае шоков предложения ЦБ должен выбирать: либо бороться с рецессией, либо не допускать высокой инфляции.

Практически никаким образом ЦБ не может влиять на сверхдолгосрочные процессы, так как все механизмы, доступные ЦБ краткосрочные по сути.

Еще один факт увеличивает важность проведения своевременной монетарной политики. Современная эмпирика показывает, что основные экономические переменные (ВВП на душу населения, потребление на душу населения и т.д.) характеризуется скорее не колебаниями вокруг детерминированного тренда, а случайным блужданием. Данный факт придает действиям ЦБ еще большую значимость, так как в случае случайного блуждания, краткосрочные колебания оказывают влияние на всю будущую историю экономики, поэтому падения (даже кажущееся краткосрочным) допускать нельзя вдвойне. Мало того, что это увеличивает риски в экономике, но, как оказывается, экономика вообще не может потом восполнить текущее падение, а каждый момент времени становится важным и определяющим. Тут то и появляется ЦБ ☺

6. Модель Кейгана

В данной главе мы рассмотрим динамическую модель инфляции Кейгана, позволяющую без особых модельных усложнений изучить взаимодействие денежной массы и инфляции. Мы увидим, что для исследования динамики взаимодействия инфляции и денежной массы очень важно знать, каким образом агенты формируют свои ожидания относительно будущего. Поэтому в данной и следующей главе мы также обсудим две основные концепции ожиданий: концепцию адаптивных ожиданий и концепцию рациональных ожиданий.

В 1956 году Филипп Кейган (Phillip Cagan) под научным руководством Милтона Фридмана провел свое знаменитое исследование процесса гиперинфляции, протекавшего в промежуток 1921-1946 гг. в ряде Европейских стран. С тех пор данное исследование является отправной точкой изложения теории инфляционной динамики.

На первый взгляд может показаться странным тот факт, что, по сути, историческое исследование необычных феноменов 20-х и 40-х годов прошлого века может быть полезным для изучения функционирования достаточно стабильной экономики 21 века. Дело в том, что ситуация гиперинфляции представляет идеальный полигон для испытания монетарных теорий инфляции и ожиданий. Такую «идеальную» ситуацию невозможно встретить в обычной жизни, когда на уровень цен и ожидания агентов в краткосрочном периоде влияет множество факторов, не связанных с денежной массой, а процесс уравновешивания самого рынка денег длится не один месяц.

В случае гиперинфляции мы можем отбросить как незначимые, все «лишние» переменные, влияющие на инфляцию в обычной ситуации, кроме уровня денежной массы и ожиданий агентов относительно будущей инфляции.

Безусловно, полученные в результате анализа гиперинфляции выводы напрямую применять в обычных условиях нельзя. Однако основные функциональные зависимости в ситуации гиперинфляции (спрос на деньги, схема ожиданий) должны соответствовать (с точностью до знака) данным зависимостям в стабильной экономической ситуации.

Скажем еще пару слов о применимости выводов из анализа Кейгана. Известно, что человеку, сидящему на раскаленной сковородке, покажется, что время течет гораздо медленнее, чем, если бы он сидел на обычном стуле (не электрическом ☺). Жизнь в гиперинфлирующей экономике аналогична сидению на раскаленной сковородке. Так как в ситуации гиперинфляции процессы уравновешивания рынка денег и смены ожиданий агентами протекают очень быстро, то период 10-12 месяцев в экстремальной экономике по насыщенности событиями аналогичен достаточно длительному периоду (скажем, 10 лет) в стабильной экономике.

Модель Кейгана также очень полезна с педагогической точки зрения, так как дает в руки человеку, изучающему монетарную экономику простой, но мощный инструмент анализа любой инфляционной динамики.

Начнем изложение идеи Кейгана с рассмотрения общей ситуации в экономике, в которой развивается гиперинфляционный процесс.

6.1. Гиперинфляция. Общее описание

Гиперинфляцией назовем такую ситуацию в экономике, когда уровень цен растет с темпом роста 50% в месяц в течение 10-12 и более месяцев подряд.

Под определение гиперинфляции, данное Кейганом, в Европе подпадают всего 7 феноменов, сведенных в таблицу:

Страна	Период гиперинфляции	Среднемесячная инфляция в %	Максимальное падение реального предложения денег по сравнению с начальным его значением
Австрия	Октябрь 1921 – Август 1922	47	в 2.86 раза
Германия	Август 1922 – Ноябрь 1923	322	в 33 раза
Греция	Ноябрь 1943 – Ноябрь 1944	365	в 143 раза
Венгрия	Март 1923 – Февраль 1924	46	в 2.56 раза
Венгрия	Август 1945 – Июль 1946	19800	в 333 раза
Польша	Январь 1923 – Январь 1924	81	в 2.94 раза
Россия	Декабрь 1921 – Январь 1924	57	в 3.7 раза

Таблица 6.1. Случаи гиперинфляции в Европе. Источник: Cagan (1956)

Видно, что самая скромная Австрийская гиперинфляция привела к увеличению цен в 69 раз! В то время как самая страшная Венгерская после второй мировой войны увеличила цены с момента начала процесса в $1000000000000000000000000000=10^{27}$ раз.

Последний столбец таблицы показывает, во сколько раз падала реальная денежная масса $\frac{M^S}{P}$ в стране (приведено максимальное падение) в период гиперинфляции.

В период гиперинфляции люди стараются избавляться от денег, храня свое богатство в других активах, цена которых падает не столь стремительно, поэтому резкое падение интереса к деньгам приводит к значительному падению спроса на реальные денежные остатки (самое значительное падение претерпела та же Венгрия в 40-х годах, когда в один из моментов реальная денежная масса упала в 333 раза по сравнению с начальной ситуацией).

Причины гиперинфляции достаточно очевидны: правительство забирает в свои руки денежный печатный станок, с помощью которого пытается решить проблемы финансирования своих расходов. Делать приходится это не от хорошей жизни, ведь каждый раз гиперинфляция происходит в странах, экономика которых находится в условиях разрухи после войны. Это не позволяет правительству использовать цивилизованные методы финансирования (взятие в долг на внутреннем или внешнем рынке активов, сбор налогов, и т.д.). Единственным доступным для правительства налогом является *инфляционный налог, взимаемый с денежной массы, ставкой по которому является темп инфляции*.

В подобной ситуации *деньги попадают в экономику напрямую, минуя рынок финансовых активов*. Агенты достаточно быстро пытаются избавиться от этих денег, и так как при гиперинфляции рынок активов практически полностью прекращает свое существование (нет предложения), то единственной возможностью для людей избавиться от денег является покупка товаров. В конце концов, деньги начинают выполнять единственную функцию: служат средством обмена в сделках по купле-продаже товаров, причем скорость обращения денег возрастает многократно. В результате процесс увеличения цен, вызванный увеличением денежной массы в экономике происходит очень быстро и множество промежуточных стадий подстройки рынка денег, которые мы обсудили в предыдущей главе, отсутствуют.

С точки зрения месячной динамики денежной массы и цен, которую использовал Кейган, можно считать, что *рынок денег каждый момент времени приходит в равновесие за счет изменения уровня цен*.

Таким образом, основными причинами очень быстрого роста цен являются:

1. значительный прирост денежной массы
2. падение спроса на деньги.

Вторая причина дополняет и усугубляет первую, но работать без первой не может (далее мы покажем, что этот факт достаточно важен при выборе адекватной модели динамики, описывающей процесс гиперинфляции).

Выход из гиперинфляции обычно связан с несколькими жесткими шагами властей страны:

- прекращение печатания денежной массы
- смена правительства
- привязка национальной валюты к стабильной зарубежной
- замена старых денег на новые

В результате проведения комплексной политики борьбы с гиперинфляции рано или поздно новому правительству удается побороть обе основные причины гиперинфляции и рост цен стабилизируется.

6.2. Спрос на деньги в условиях гиперинфляции

Так как в гиперинфляционной экономике деньги выполняют единственную функцию *средства обмена*, то из всех переменных, влияющих на спрос на деньги в обычной ситуации, остаются только ВВП и ставка процента:

$$(\frac{M}{P})^D = L(\underset{+}{Y}, \underset{-}{i}) \qquad (6.1)$$

Для получения конкретного аналитического решения выберем определенную спецификацию функции спроса на деньги. Наиболее подходящей формой для анализа является мультипликативная функция, такая, чтобы при взятии от нее натурального логарифма, она давала линейную зависимость между переменными.

$$(\frac{M}{P})_t^D = a_0 \cdot Y_t^{a_1} \cdot \exp(-a_2 \cdot i_t) \qquad (6.2)$$

Возьмем натуральный логарифм (6.2):

$$\ln(\frac{M}{P})_t^D = \ln a_0 + a_1 \cdot \ln Y_t - a_2 \cdot i_t \qquad (6.2a)$$

На данном этапе заметим, что в силу различного рода случайностей спрос агентов на деньги будет стохастической величиной. Случайность в уравнение (6.2а) введем на уровне логарифмов:

$$\ln(\frac{M}{P})_t^D = \ln a_0 + a_1 \cdot \ln Y_t - a_2 \cdot i_t + u_t \qquad (6.3)$$

Здесь u_t - случайная составляющая спроса на деньги. Временная структура данной случайности нас пока не интересует, однако заметим, что $E_{t-1} u_t = 0$.

Далее обозначим маленькими буквами логарифмы больших:

$m_t \equiv \ln M_t$, $y_t \equiv \ln Y_t$, $p_t \equiv \ln P_t$

Тогда (6.3) перепишется в виде:

$$m_t^D - p_t = \ln a_0 + a_1 \cdot y_t - a_2 \cdot i_t + u_t \qquad (6.3a)$$

В условиях гиперинфляции изменение ВВП достаточно мало по сравнению с изменениями цен, инфляционных ожиданий и денежной массы. Это позволяет считать нам $y_t \approx const$ за период гиперинфляции. В принципе можно было бы учесть еще и влияние ВВП: в течение любой гиперинфляции уровень производства в стране падает, что еще сильнее уменьшает спрос на деньги. Однако само падение ВВП является структурным явлением, не связанным напрямую с величинами денежной массы и инфляционных ожиданий, поэтому *экзогенный* ВВП можно из анализа исключить. Кроме того, так как точной статистики месячной динамики производства в период гиперинфляции не существует, то проверить зависимость спроса на деньги от ВВП не представляется возможным.

Как уже отмечалось, в период гиперинфляции предложение финансовых активов практически нулевое, поэтому понятие доходности исчезает. В период гиперинфляции доходностью активов можно считать ожидаемую инфляцию π_{t+1}^e (в случае гиперинфляции активы и товары становятся очень похожими, так как практически в одинаковой степени позволяют избежать быстрого обесценения денег в результате гиперинфляции). Именно ожидаемая агентами инфляция составляет основную угрозу владельцам денег. Она же является альтернативной стоимостью хранения денег.

В принципе ничего нового в том, что ожидаемая инфляция является важным фактором спроса на деньги нет, так как раньше мы исключали ее из списка факторов спроса на деньги для избежания двойного счета, так как она уже была заложена в номинальной доходности активов.

Все выше сказанное приводит к необходимости замены ставки процента i_t на ожидаемую инфляцию π^e_{t+1} в функции спроса на деньги. Технически ее легко сделать. Для этого запишем (6.3а) в виде:

$$m_t^D - p_t = \ln a_0 + a_1 \cdot y_t - a_2 \cdot i_t + u_t = \ln a_0 + a_1 \cdot y_t - a_2 \cdot (r_t + \pi^e_{t+1}) + u_t$$

В итоге имеем:

$$m_t^D - p_t = [\ln a_0 + a_1 \cdot y_t - a_2 \cdot r_t] - a_2 \cdot \pi^e_{t+1} + u_t \tag{6.3b}$$

Обозначим: $\gamma \equiv \ln a_0 + a_1 \cdot y_t - a_2 \cdot r_t$, $\alpha \equiv a_2$.

Тогда (6.3b) окончательно перепишется в виде:

$$m_t^D - p_t = \gamma - \alpha \cdot \pi^e_{t+1} + u_t \tag{6.3c}$$

Единственной рабочей характеристикой спроса на деньги в условиях гиперинфляции является уровень инфляционных ожиданий агентов π^e_{t+1}.

Функцию (6.3c) еще называют уравнением бегства от денег, потому что при значительной инфляции (ожидаемой и фактической) агенты «бегут» от денег, стараясь держать их как можно меньше на руках, и «скорость бегства» тем выше, чем больше инфляционные ожидания на следующий период. Уже сейчас можно понять, почему в периоды значительной инфляции реальных денег становится в экономике меньше: спрос на них сильно падает из-за ожиданий агентов продолжения высокой инфляции в будущем.

Видно, что очень важным моментом модели Кейгана является способ формирования агентами ожиданий относительно будущей инфляции. Сначала рассмотрим ту схему ожиданий, которую использовал в своем анализе Кейган.

6.3. Адаптивная схема ожиданий

Кейган был учеником Фридмана, поэтому не удивительно, что в своей модели он использовал адаптивную схему ожиданий. Далее мы покажем, как задача, сформулированная Кейганом, решается для другой схемы ожиданий, а пока рассмотрим адаптивную схему.

6.3.1. Алгебра адаптивных ожиданий

Если агент в момент времени t формирует ожидания относительно величины x_{t+1}, то согласно адаптивной схеме его ожидания составят:

$$x^e_{t,t+1} = x^e_{t-1,t} + \lambda \cdot (x_t - x^e_{t-1,t}) \tag{6.4}$$

или $x^e_{t,t+1} = \lambda \cdot x_t + (1-\lambda) \cdot x^e_{t-1,t}$ (6.4a)

Здесь и далее $x^e_{t,t+1}$ обозначают субъективные ожидания агента относительно величины x_{t+1}, сформированные на основе информации, доступной в момент времени t.

Величина в скобках $(x_t - x^e_{t-1,t})$ показывает ошибку прогноза величины x_t. λ - это параметр, характеризующий скорость адаптации ожиданий. Чем больше λ, тем сильнее ожиданий реагируют на новую информацию о прогнозируемом процессе.

Известны два важных частных случая:

$\lambda = 1 \;\Rightarrow\; x^e_{t,t+1} = x_t$ **статические ожидания (система без памяти)**

$\lambda = 0 \;\Rightarrow\; x^e_{t,t+1} = x^e_{t-1,t}$ **постоянные ожидания (система без обучения)**

Все остальные λ дают систему, которая «помнит» свои предыдущие состояния и приспосабливается к поступающей новой информации.

Заметим, что текущее значение ожиданий $x^e_{t,t+1}$ зависит от текущего значения прогнозируемой величины x_t и предыдущих ожиданий $x^e_{t-1,t}$. Можно аналогичным образом выразить расписать предыдущие ожидания $x^e_{t-1,t}$:

$$x^e_{t-1,t} = x^e_{t-2,t-1} + \lambda\cdot(x_{t-1} - x^e_{t-2,t-1}) \qquad \text{или} \qquad x^e_{t-1,t} = \lambda\cdot x_{t-1} + (1-\lambda)\cdot x^e_{t-2,t-1} \tag{6.5}$$

Подставив (5) в (4) или (4а) мы получим:

$$x^e_{t,t+1} = \lambda\cdot[x_t + (1-\lambda)\cdot x_{t-1} + (1-\lambda)^2\cdot x^e_{t-2,t-1}]$$

Можно продолжить данный процесс, выразив $x^e_{t-2,t-1}$ через x_{t-2} и $x^e_{t-3,t-2}$ и подставив в (6.5).

Поступая аналогичным образом можно выразить текущие ожидания $x^e_{t,t+1}$ через всю историю процесса x_{t-j} для $j=\overline{0,\infty}$:

$$x^e_{t,t+1} = \lambda\cdot\sum_{j=0}^{\infty}(1-\lambda)^j\cdot x_{t-j} \tag{6.6}$$

Так как сумма коэффициентов при значениях x_{t-j} для $j=\overline{0,\infty}$ равна $\lambda\cdot\sum_{j=0}^{\infty}(1-\lambda)^j = 1$, то текущие ожидания $x^e_{t,t+1}$ являются взвешенным средним всех значений x_{t-j} $j=\overline{0,\infty}$. Причем, чем более удалено событие от настоящего момента времени (больше j), тем меньший вес у данного события $(1-\lambda)^j$ в бесконечной сумме (6.6).

Из-за свойства (6.6) адаптивные ожидания называют backward looking foresights (BLF) (назад смотрящие предсказания).

6.3.2. Применение адаптивной схемы в модели Кейгана

Применение адаптивной схемы ожиданий имеет смысл только тогда, когда прогнозируемая величина не имеет тренда. Иначе адаптивная схема прогноза генерирует принципиально неустранимую ошибку прогноза. Впрочем, известно, что индивиды чаще всего пытаются описать любое явление в терминах стационарных рядов. Например, так как цена финансового актива постоянно растет, то основной характеристикой актива является не его ожидаемая цена в будущем, а его ожидаемая доходность. С процессом роста уровня цен происходит то же самое: индивиды в условиях быстрого роста цен следят, прежде всего, не за уровнем цен, а за процентным приростом данного уровня, то есть за инфляцией.

Все выше сказанное позволяет утверждать, что в процессе гиперинфляции главным предметом волнений населения является ожидаемый в будущем уровень инфляции. Именно его и пытаются спрогнозировать агенты, используя некоторую схему ожиданий (в нашем случае схему адаптивных ожиданий). Результат прогнозирования будет следующим:

$$\pi^e_{t,t+1} = \pi^e_{t-1,t} + \lambda \cdot (\pi_t - \pi^e_{t-1,t}) \tag{6.7}$$

Здесь π_t -значение инфляции в текущий момент времени: $\pi_t = \dfrac{\ln P_t - \ln P_{t-1}}{\Delta t} = \dfrac{p_t - p_{t-1}}{1} = \Delta p_t$.

Инфляцию за истекший период $\Delta t = 1$ можно найти, рассчитав разность логарифмов цен Δp_t.

$$\pi^e_{t,t+1} = \pi^e_{t-1,t} + \lambda \cdot (\Delta p_t - \pi^e_{t-1,t}) \tag{6.7a}$$

или $\pi^e_{t,t+1} = \lambda \cdot \Delta p_t + (1-\lambda) \cdot \pi^e_{t-1,t}$ (6.7b)

Условие (6.7) или (6.7a), (6.7b) является основной формулой формирования ожиданий в модели Кейгана.

6.4. Равновесие на рынке денег

Равновесие на рынке денег мы сформулируем традиционно через равенство спроса и предложения денег в каждом из периодов.

$$m^S_t - p_t = m^D_t - p_t \tag{6.8}$$

подставив в условие (6.8) функцию спроса на деньги (6.3c) имеем:

$$m^S_t - p_t = \gamma - \alpha \cdot \pi^e_{t,t+1} + u_t \tag{6.8a}$$

Далее обозначим $m_t \equiv m^S_t$, тогда перепишем с учетом введенного обозначения:

$$m_t - p_t = \gamma - \alpha \cdot \pi^e_{t,t+1} + u_t \tag{6.8a}$$

Рынок денег в модели Кейгана уравновешивается за счет изменения уровня цен. Мы уже отметили, что промежуточных стадий подстройки нет, поэтому процесс уравновешивания идет очень быстро.

В результате уравновешивания рынка денег устанавливается равновесный уровень цен (здесь и далее под равновесным уровнем цен мы будем понимать такой уровень цен, логарифм которого удовлетворяет условию (6.8b)):

$$p_t = m_t - (\gamma - \alpha \cdot \pi^e_{t,t+1} + u_t) \tag{6.8b}$$

На логарифм уровня цен p_t влияют текущие ожидания $\pi^e_{t,t+1}$.

Однако, как мы только что выяснили, сами ожидания формируются как реакция на текущее значение инфляции $\pi_t = p_t - p_{t-1}$. *В итоге на величину текущих ожиданий* $\pi^e_{t,t+1}$ *будет влиять уровень цен*. Получается взаимовлияние уровня цен и текущих ожиданий. Что же из них первично?

Кейган трактует равновесие на рынке денег следующим образом:

- *равновесный уровень цен* p_t *формирует такие ожидания* $\pi^e_{t,t+1}(p_t)$, *что спрос на деньги* $m^D_t - p_t = f(\pi^e_{t,t+1}(p_t))$ *приводит при текущем значении предложения денег* m_t *к установлению равновесного уровня цен* $p_t = m_t - f(\pi^e_{t,t+1}(p_t))$

В данном случае первичного параметра нет, так как и равновесный уровень цен и ожидания формируются одновременно. Микроструктуру процесса установления цен и ожиданий мы рассматривать не будем, полагая, что под действием внутренних сил рынка денег установится описанное выше равновесие (ее не рассматривал и сам Кейган, что послужило одной из причин критики его модели).

6.5. Эконометрическая оценка уравнений

Если все три предпосылки корректно описывают поведение спроса на деньги (6.3c), ожиданий (6.7b) и уровня цен (6.8b), то можно найти *сведенную форму* описанных уравнений и оценить параметры функции спроса на деньги и ожиданий (α, γ и λ).

Сведенная форма легко находится при подстановке уравнения динамики ожиданий (6.7b) в условие равновесия на рынке (6.8b). В итоге имеем:

$$m_t - p_t = \gamma - \alpha \cdot \pi^e_{t,t+1} + u_t = \gamma - \alpha \cdot [\lambda \cdot \Delta p_t + (1-\lambda) \cdot \pi^e_{t-1,t}] + u_t \qquad (6.9)$$

Для возможности эконометрической оценки необходимо добиться, чтобы в сведенной форме отсутствовали принципиально не измеряемые ожидания. Для этого заметим, что в предыдущий период времени $t-1$ на рынке денег также было равновесие:

$$m_{t-1} - p_{t-1} = \gamma - \alpha \cdot \pi^e_{t-1,t} + u_{t-1}$$

Поэтому, зная m_{t-1} и p_{t-1}, можно косвенно измерить уровень ожиданий $\pi^e_{t-1,t}$:

$$\pi^e_{t-1,t} = \frac{\gamma - (m_{t-1} - p_{t-1}) + u_{t-1}}{\alpha} \qquad (6.10)$$

Подставляя (6.10) в (6.9) мы избавляемся от ожиданий в сведенной форме:

$$m_t - p_t = \gamma - \alpha \cdot \pi^e_{t,t+1} + u_t = \gamma - \alpha \cdot [\lambda \cdot \Delta p_t + (1-\lambda) \cdot \frac{\gamma - (m_{t-1} - p_{t-1}) + u_{t-1}}{\alpha}] + u_t$$

Упростив, имеем:

$$m_t - p_t = \gamma \cdot \lambda - \alpha \cdot \lambda \cdot \Delta p_t + (1-\lambda) \cdot (m_{t-1} - p_{t-1}) + v_t \qquad (6.11)$$

где $v_t = u_t - (1-\lambda) \cdot u_{t-1}$ - случайный член реальных денежных остатков.

Уравнение (6.11) является окончательным видом сведенной формы уравнения Кейгана. Его Кейган оценивал статистически, считая регрессантом $(m_t - p_t)$, а регрессорами Δp_t и $(m_{t-1} - p_{t-1})$. Результаты оценки всех семи европейских случаев гиперинфляции, описанных выше, сведены в таблицу 6.2:

Оценка	$\hat{\alpha}$	$\hat{\lambda}$	R^2
Австрия	8.55	0.05	0.978
Германия	5.46	0.20	0.984
Греция	4.09	0.15	0.960
Венгрия 1923	8.70	0.10	0.857
Венгрия 1945	3.63	0.15	0.996
Польша	2.30	0.30	0.945
Россия	3.06	0.35	0.942

Таблица 6.2 Результаты тестирования уравнения динамики Кейгана

Результаты, приведенные в таблице, были проинтерпретированы Кейганом как полное подтверждение его правоты в выборе формы спроса на деньги и схемы ожиданий, так как оценки $\hat{\alpha}$ и $\hat{\lambda}$ имели правильный знак, были статистически значимыми, а R^2 всех регрессий высокий. Однако следует признаться, что во времена разработки данной модели эконометрические методы были не такими разработанными, как сейчас. Кроме того, у Кейгана не было достаточно мощных вычислительных машин, и все вычисления приходилось делать на механическом калькуляторе.

Проблемы регрессии (6.11) очевидны: нестационарные регрессоры и регрессант, сильная автокорреляция остатков. Все это делает результаты, полученные Кейганом очень ненадежными.

В то же время важность выводов Кейгана о существовании устойчивой функции спроса на деньги трудно переоценить.

Далее мы проведем анализ устойчивости Кейгановской модели инфляции.

6.6. Анализ инфляционной динамики Кейгановской системы

Для проведения такого анализа необходимо записать уравнение динамики логарифма уровня цен. Из (6.11) мы имеем:

$$p_t = \frac{-\gamma \cdot \lambda + (1 - \lambda - \alpha \cdot \lambda) \cdot p_{t-1} + m_t - (1 - \lambda) \cdot m_{t-1} - v_t}{1 - \alpha \cdot \lambda} \qquad (6.12)$$

Перепишем (6.12) в нужном нам виде:

$$p_t = \frac{-\gamma \cdot \lambda}{1 - \alpha \cdot \lambda} + \frac{(1 - \lambda - \alpha \cdot \lambda)}{1 - \alpha \cdot \lambda} \cdot p_{t-1} + \frac{1}{1 - \alpha \cdot \lambda} \cdot m_t - \frac{1 - \lambda}{1 - \alpha \cdot \lambda} \cdot m_{t-1} - \frac{1}{1 - \alpha \cdot \lambda} \cdot v_t \qquad (6.12a)$$

Уравнение (6.12a) представляет собой пример разностного уравнения первого порядка с действием внешней силы. Роль внешней силы F_t в нашем случае выполняют логарифмы денежной массы m_t и m_{t-1} и шоки спроса на деньги v_t:

$$F_t \equiv \frac{1}{1-\alpha\cdot\lambda}\cdot m_t - \frac{1-\lambda}{1-\alpha\cdot\lambda}\cdot m_{t-1} - \frac{1}{1-\alpha\cdot\lambda}\cdot(u_t-(1-\lambda)\cdot u_{t-1}) \qquad (6.13)$$

Обозначим: $\beta \equiv \frac{-\gamma\cdot\lambda}{1-\alpha\cdot\lambda}$, $\delta \equiv \frac{(1-\lambda-\alpha\cdot\lambda)}{1-\alpha\cdot\lambda}$. Тогда, с учетом введенных обозначений, (6.12а) перепишется, как

$$p_t = \beta + \delta\cdot p_{t-1} + F_t \qquad (6.14)$$

6.6.1. Стационарный уровень цен. Нейтральность денег

Стационарным уровнем цен назовем такой логарифм уровня цен, для которого выполняется условие: $p_t = p_{t-1} = p_{t-2} = \cdots = \overline{p}$ при условии, что $m_t = m_{t-1} = m_{t-2} = \cdots\overline{m}$, $u_t = u_{t-1} = u_{t-2} = \cdots 0$, а на рынке денег наблюдается равновесие. Другими словами, если действие внешней силы F прекратится, при значении логарифма уровня цен $\overline{p}$, изменения уровня цен в будущем происходить не будет.

Найдем стационарный уровень цен для нашей системы:

$$\overline{p} = \beta + \delta\cdot\overline{p} + F \;\Rightarrow\; \overline{p} = \frac{F+\beta}{1-\delta} \qquad (6.15)$$

Если подставить значения F, β и δ в (15), то получим:

$$\overline{p} = \frac{\frac{-\gamma\cdot\lambda}{1-\alpha\cdot\lambda} + \frac{1}{1-\alpha\cdot\lambda}\cdot\overline{m} - \frac{1-\lambda}{1-\alpha\cdot\lambda}\cdot\overline{m}}{1-\frac{(1-\lambda-\alpha\cdot\lambda)}{1-\alpha\cdot\lambda}} = \frac{-\gamma\cdot\lambda+[1-(1-\lambda)]\cdot\overline{m}}{1-\alpha\cdot\lambda-(1-\lambda-\alpha\cdot\lambda)} = \frac{-\gamma\cdot\lambda+\lambda\cdot\overline{m}}{\lambda} = \overline{m}-\gamma \qquad (6.16)$$

Видно, что важным свойством модели Кейгана является **асимптотическая нейтральность денег**. Это означает, что после окончания процесса подстройки (при $t\to\infty$) стационарный уровень цен $\overline{P}_t$ изменяется прямо пропорционально стационарной денежной массе $\overline{M}_t^S$, а реальное предложение денег остается постоянным: $\frac{\overline{M}^S}{\overline{P}} = \exp(\gamma)$. Попутно заметим, что в стационарном состоянии $\Delta\overline{p_t} = \pi^e_{t,t+1} = 0$, откуда следует, что спрос на деньги равен: $\overline{m}^D - \overline{p} = \gamma - \alpha\cdot 0 = \gamma$, то есть:

$$\overline{\left(\frac{M}{P}\right)}^D = \frac{\overline{M}^S}{\overline{P}} = \exp(\gamma) \qquad (6.17)$$

То есть условие равенства спроса и предложения на рынке денег также выполняется.

6.6.2. Устойчивость уравнения динамики цен

Проанализируем найденный стационарный уровень цен на устойчивость.

Устойчивым называют такой *стационарный уровень*, при небольшом отклонении от которого система под действием внутренних сил на него возвращается. Так как в случае разностных уравнений первого порядка имеется только один стационарный уровень, то устойчивость данного стационарного уровня будет означать устойчивость всего уравнения динамики. Рассмотрим основной критерий устойчивости.

Устойчивым разностным уравнением первого порядка типа (15) является такое уравнение, у которого $|\delta| < 1$. В этом случае стационарный уровень $\overline{p_t} = \dfrac{F_t + \beta}{1-\delta}$ будет асимптотой процесса p_t (величиной, к которой значение p_t будет стремиться при $t \to \infty$ и неизменной внешней силе).

Если же $|\delta| > 1$, то процесс p_t не имеет асимптоты и является **неустойчивым**. Тогда при малейшем отклонении от стационарного значения $\overline{p_t}$ $p_t \to \infty$ при $t \to \infty$ даже при отсутствие изменений в действии внешней силы.

Почему так важно, чтобы инфляционная модель была устойчивой? Потому, что реальный процесс гиперинфляции не может существовать без подпитки денежной массой, то есть является устойчивым. Главная причина гиперинфляционного процесса – очень быстрый рост денежной массы. Только за счет ожиданий значительного роста будущих цен и, как следствие, падения спроса на деньги, гиперинфляционный процесс долго развиваться *не может*.

Если мы увидим, что модель в некоторых случаях предсказывает неустойчивый процесс динамики логарифма цен, то это будет означать, что предложенная модель (или какая то ее часть) не верна.

6.7. Критика модели Кейгана

На основе данных о случаях гиперинфляции были рассчитаны значения оценок коэффициента $\delta \equiv \dfrac{(1-\lambda-\alpha\cdot\lambda)}{1-\alpha\cdot\lambda}$ для каждого случая европейской гиперинфляции. Результаты расчета помещены в таблице.

Коэффициент	$1-\hat{\lambda}-\hat{\alpha}\cdot\hat{\lambda}$	$1-\hat{\alpha}\cdot\hat{\lambda}$	$\hat{\delta} \equiv \dfrac{(1-\hat{\lambda}-\hat{\alpha}\cdot\hat{\lambda})}{1-\hat{\alpha}\cdot\hat{\lambda}}$
Австрия	0.516	0.556	0.928
Германия	-0.292	-0.092	3.17
Греция	0.236	0.386	0.611
Венгрия 1923	0.030	0.130	0.230
Венгрия 1945	0.305	0.455	0.670
Польша	0.010	0.310	0.032
Россия	-0.421	-0.070	5.92

Значения коэффициентов в данной таблице рассчитаны не Кейганом, а его критиками с применением более совершенных эконометрических методов. В таблице имеются 2 примера, когда модель Кейгана предсказывает нестационарный процесс гиперинфляции: Германия и Россия. Это означает, что *модель Кейгана с адаптивными ожиданиями не верна.* Сей факт, в некотором смысле, печален, но не будем драматизировать ситуацию, ведь тестируя сведенную форму модели (6.11), мы тестируем все ее компоненты одновременно: функцию спроса на деньги (6.3c), схему адаптивных ожиданий (6.7b) и условие равновесие на рынке денег (6.8b). Если хотя бы один из компонентов не верен, то неверной будет вся сведенная форма, что и показала эмпирика.

Функция спроса на деньги и условие равновесия – это важнейшие столпы монетарной науки, обойти которые нельзя, а вот схема ожиданий выбрана весьма произвольно. Безусловно, адаптивная схема ожиданий достаточно логична и интуитивна. Однако как показали дальнейшие исследования, агенты, формирующие ожидания, не настолько инертны и прямолинейны, как предсказывает адаптивная схема, ведь неправильно спрогнозированная инфляция ведет к прямым издержкам агентов. Агенты не настолько беспечно относиться к своим ошибкам (как предсказывает адаптивная схема), медленно подстраиваясь под новые условия, и не совершают систематических ошибок (которые сплошь и рядом встречаются в адаптивной схеме ожиданий).

Кроме того, именно из-за применения адаптивной схемы у многих появляются сомнения в корректности модели Кейгана, так как она не дает четкого ответа на вопрос о первичности уровня цен и ожиданий.

Обнаружилось множество фактов, и все они бьют в одну уязвимую точку модели Кейгана: адаптивную схему ожиданий. Не умаляя заслуг Кейгана в исследовании инфляционной динамики необходимо заметить, что задачу, сформулированную им необходимо решать с использованием другой схемы ожиданий.

В середине 70х годов теоретики сформулировали другой подход к формированию ожиданий: *концепцию рациональных ожиданий*, призванную устранить недостатки, присущие адаптивной схеме ожиданий. Далее мы рассмотрим основы данной концепции и посмотрим, как задача Кейгана решается с помощью рациональных ожиданий.

7. Инфляционная динамика в системе с рациональными ожиданиями

В данной главе мы рассмотрим сформулированную выше модель Кейганом, заменив в ней адаптивную схему ожиданий на рациональную. Для начала рассмотрим общие принципы концепции рациональных ожиданий, а затем инкорпорируем данную концепцию в модель Кейгана.

7.1. Концепция рациональных ожиданий

В предыдущей главе мы отмечали, что агентам приходится платить за сделанные ими ошибки прогноза. Это приводит к тому, что вдумчивые агенты будут стараться учесть все свои промахи в прогнозировании для того, чтобы в будущем не допустить повторения подобных ошибок, стоящих им потерянных денег. Люди будут тратить время, деньги и силы на то, чтобы сделать как можно более точный прогноз на будущее и устранить те ошибки, устранить которые в их власти. Какой бы сложный не был процесс изменения прогнозируемой величины, агенты приложат все усилия, чтобы понять его структуру, а, разобравшись, будут делать такие прогнозы на будущее, которые учли бы всю доступную к данному моменту информацию.

Именно такова идея *концепции рациональных ожиданий*: люди, для которых «правильно спрогнозировать будущее» значит «преуспеть» (то есть «выжить») узнают о будущем столько, сколько вообще возможно узнать на основе информации, доступной в данный момент времени. Если в концепции адаптивных ожиданий агенты предполагаются *беспечными и инертными*, то в концепции рациональных ожиданий агенты *умны и деятельны*.

Так как агенты действуют в стохастической среде, то абсолютно точного прогноза на будущее они сделать не смогут, так как некоторые события, которые в будущем повлияют на значение прогнозируемой переменной, еще в принципе не известны. Поэтому как бы не старались агенты сделать точный прогноз, ошибок им не избежать. Однако умные и проницательные агенты путем тщательного анализа прогнозируемого процесса и доступной информации могут делать такие прогнозы на будущее, которые не будут содержать *систематической* ошибки прогноза. Действительно, если бы в прогнозе была систематическая ошибка, умный исследователь быстро поправился бы, включив ее в прогноз.

Как же математически записать условие отсутствия систематической ошибки прогноза любого процесса? Так как прогнозируемый процесс может быть абсолютно любым, то никакая формула нам не подойдет, так как на любую конкретную формулу найдется такой процесс, который приведет к систематической ошибке прогноза, данного процесса с помощью этой формулы. *Для каждого процесса формула прогноза будет своей, поэтому рациональные ожидания задаются не формулой, а аналитическим условием на формулу прогноза любого процесса*.

7.1.1. Формулировка гипотезы рациональных ожиданий

Сформулируем данное условие.

Субъективные ожидания агентов относительно будущего значения прогнозируемой величины $x^e_{t,t+j}$ *составят величину, равную условному (на основе информации, доступной в текущий момент времени* t*) математическому ожиданию данной величины* $E(x_{t+j}|\Omega_t)$*:*

$$x^e_{t,t+j} = E(x_{t+j}|\Omega_t) \tag{7.1}$$

где Ω_t - массив информации, доступной агенту в момент времени t.

Обозначим $E(x_{t+j}|\Omega_t) \equiv E_t x_{t+j}$ и перепишем условие (7.1) в виде:

$$x^e_{t,t+j} = E_t x_{t+j} \tag{7.1a}$$

Другими словами субъективные ожидания агента равны объективному математическому ожиданию прогнозируемой величины.

Концепция красивая, но остается вопрос о возможности применения данной концепции для анализа ожиданий, так как реального закона распределения вероятности прогнозируемой величины никто не знает. Максимум, что может быть доступно агентам или исследователям – это некоторое количество реализаций данной прогнозируемой случайной величины в прошлом, по которым, естественно, нельзя абсолютно точно восстановить ее характеристики.

Исследователь, который намерен использовать гипотезу рациональных ожиданий, неизбежно должен предложить свое видение характеристик прогнозируемой случайной величины.

Это приводит к тому, что в чистом виде гипотезу рациональных ожиданий (ГРО) нельзя опровергнуть. ГРО в модели всегда соседствует с предположением о законе распределения прогнозируемой случайной величины, поэтому и тестироваться может только в связке с ним.

Один из способов обхода проблемы незнания истинного закона прогнозируемой случайной величины, состоит в предположении, что истинный закон агенту не известен, но ошибка в знании этого процесса принципиально не прогнозируема на основе прошлой информации. Это, с другой стороны, усложнит анализ и лишит его простоты и изящности. Поэтому далее будем полагать, что агенты знают истинный закон распределения вероятностей прогнозируемой случайной величины.

7.1.2. Свойства ошибки рационального прогноза

Рассмотрим, какими свойствами будет обладать ошибка прогноза с помощью рациональной схемы ожиданий.

1. *Математическое ожидание ошибки прогноза равно нулю, то есть систематическая ошибка прогноза с помощью рациональной схемы отсутствует.*

Сама ошибка прогноза составляет $(x_{t+j} - x^e_{t,t+j})$.

Математическое ожидание ошибки прогноза, на основе информации, доступной в момент времени s:

$$E_s(x_{t+j} - x^e_{t,t+j}) = E_s(x_{t+j}) - E_s(E_t x_{t+j}) \tag{7.2}$$

Далее остается разобраться с величиной $E_s(E_t x_{t+j})$. Для этого заметим, что смысл формула имеет только при $s \le t$.

Так, если $s \ge t + j$, то ошибка $(x_{t+j} - x^e_{t,t+j})$ перестает быть случайной величиной, так как само значение x_{t+j} нам становится известным. В моменты времени $s \ge t + j$ мы можем лишь констатировать некоторую величину ошибки прогноза, которую уже мы совершили.

Если $t < s < t + j$, то часть ошибки также перестает быть случайной величиной. В данный промежуток времени мы может уточнить наш прогноз на будущее и кое-что сказать о том, какова будет ошибка прогноза, сделанного в более ранний момент времени t.

Наконец для рабочего промежутка $s \le t$ мы имеем:

$$E_s(E_t x_{t+j}) = E_s x_{t+j} \tag{7.3}$$

Данное свойство ожиданий называется **законом итеративных ожиданий (ЗИР)**.

В момент времени $s \le t$ величина $E_t x_{t+j}$ является случайной величиной. Математическое ожидание данной случайной величины $E_t x_{t+j}$ равно математическому ожиданию самой случайной величины процесса x_{t+j}.

Более утилитарная трактовка ЗИР гласит, что если в формуле стоит несколько операторов взятия условного математического ожидания величины x_{t+j} для различных моментов времени, то в ответе должен стоять всего один оператор условного ожидания на основе самого маленького массива информации (раннего момента времени), из вошедших в формулу. Например: $E_3(E_{10}(E_2(E_5 x_{15}))) = E_2 x_{15}$.

Кстати, условная дисперсия $D_s(E_t x_{t+j})$, рассчитанная на основе информации, доступной в момент времени s, будет убывать до нуля по мере $s \to t$. То есть чем дальше мы находимся от момента t, тем больше неопределенность относительно того прогноза на будущее, который мы дадим в будущий момент времени $E_t x_{t+j}$.

Наконец подставим условие (7.3) в (7.2) и получим необходимое нам свойство нулевой ожидаемой ошибки прогноза:

$$E_s(x_{t+j} - x^e_{t,t+j}) = E_s(x_{t+j}) - E_s(E_t x_{t+j}) = E_s(x_{t+j}) - E_s(x_{t+j}) = 0 \tag{7.4}$$

2. *Ошибка прогноза не коррелирует ни с одной переменной y_t, входящей в массив информации $y_t \in \Omega_t$*

Для простоты анализа отнормируем величину y_t таким образом, чтобы $E_s y_t = 0$. В этом случае наша задача сводится к доказательству равенства нулю условной ковариации величины ошибки $(x_{t+j} - x^e_{t,t+j})$ и y_t.

$$\mathrm{cov}_s[(x_{t+j} - x^e_{t,t+j}); y_t] = E_s\{[(x_{t+j} - x^e_{t,t+j}) - E_s(x_{t+j} - x^e_{t,t+j})]\cdot[y_t - E_s y_t]\}$$

Так как $E_s(x_{t+j}-x^e_{t,t+j})=0$, $E_s y_t=0$, $x^e_{t,t+j}=E_t x_{t+j}$, то:

$$\mathrm{cov}_s[(x_{t+j}-x^e_{t,t+j});y_t]=E_s\{(x_{t+j}-E_t x_{t+j})\cdot y_t\}$$

Раскроем скобки и возьмем условное математическое ожидание:

$$\mathrm{cov}_s[(x_{t+j}-x^e_{t,t+j});y_t]=E_s(x_{t+j}\cdot y_t)-E_s[(E_t x_{t+j})\cdot y_t]$$

Так как переменная $y_t\in\Omega_t$, то в момент времени t ее значение является не случайной величиной и можно записать: $y_t\cdot E_t x_{t+j}=E_t(y_t\cdot x_{t+j})$. Тогда:

$$\mathrm{cov}_s[(x_{t+j}-x^e_{t,t+j});y_t]=E_s(x_{t+j}\cdot y_t)-E_s[E_t(x_{t+j}y_t)]$$

Воспользуемся законом итеративных ожиданий еще раз: $E_s[E_t(x_{t+j}y_t)]=E_s(x_{t+j}\cdot y_t)$.

Окончательно имеем:

$$\mathrm{cov}_s[(x_{t+j}-x^e_{t,t+j});y_t]=E_s(x_{t+j}\cdot y_t)-E_s[E_t(x_{t+j}y_t)]=E_s(x_{t+j}\cdot y_t)-E_s(x_{t+j}\cdot y_t)=0 \qquad (7.5)$$

Ожидания, имеющие описанные выше свойства, были впервые описаны Джоном Мутом (Muth J.F.) еще в 1961 году. Однако популярность среди экономистов концепция рациональных ожиданий приобрела лишь в 70х годах, когда вышли в свет работы Роберта Лукаса (Lucas R.E. Jr.), Томаса Саржента (Sargent T.J.) и Роберта Барро (Barro J.). С 70х данная гипотеза вытеснила из умов экономистов гипотезу адаптивных ожиданий, надолго став основной парадигмой любого анализа ожиданий.

Теперь посмотрим, как решается задача анализа гиперинфляции Кейгана с использованием ГРО.

7.1.3. ГРО при моделировании гиперинфляции

Нетрудно убедиться, что в отличие от адаптивной схемы нет никакой разницы относительно объекта предсказания. Например, в терминах ожидаемой инфляции ГРО будет выглядеть следующим образом:

$$\pi^e_{t,t+1}=\Delta p^e_{t,t+1}=E(\Delta p_{t+1}|\Omega_t)=E_t(\Delta p_{t+1}) \qquad (7.6)$$

В информационное множество Ω_t мы включаем всю информацию, доступную к моменту времени t, то есть p_t, p_{t-1},… m_t, m_{t-1},…, u_t, u_{t-1},… и т.д. Раз уровень цен p_t принадлежит информационному множеству Ω_t, то к моменту времени t это величина не случайная: $E_t(p_t)=p_t$.

Поэтому можно расписать оператор математического ожидания в (7.6):

$$\pi^e_{t,t+1}=\Delta p^e_{t,t+1}=E_t(\Delta p_{t+1})=E_t(p_{t+1}-p_t)=E_t p_{t+1}-E_t p_t=E_t p_{t+1}-p_t \qquad (7.7)$$

Так как

$$\pi^e_{t,t+1}=p^e_{t,t+1}-p^e_{t,t}=p^e_{t,t+1}-p_t \qquad (7.8)$$

то из (7.7) и (7.8) следует

$$p_{t,t+1}^{e} = E_t p_{t+1} \tag{7.9}$$

Видно, что из (7.6) следует (7.9), то есть объект формирования ожиданий (уровень инфляции или уровень цен) не имеет значения.

7.2. Решение системы Кейгана с использованием ГРО

Напомним, что Модель Кейгана состоит из следующих составных частей: спрос на деньги, схема ожиданий и условия равновесия на рынке денег. Функцию спроса на деньги и условие равновесия на рынке денег мы менять не будем, а схему ожиданий заменим на рациональную. Тогда основные уравнения модели будут следующими:

$$m_t^D - p_t = \gamma - \alpha \cdot \pi_{t+1}^{e} + u_t \tag{7.10}$$

$$p_t = m_t - (\gamma - \alpha \cdot \pi_{t,t+1}^{e} + u_t) \tag{7.11}$$

$$\pi_{t,t+1}^{e} = E_t p_{t+1} - p_t \tag{7.7}$$

Перед нахождением решения модели сделаем предпосылку о том, что ошибка u_{t+1} не зависит от любой информации, доступной в момент времени Ω_t.

Подставив (7.7) в (7.10) получим:

$$m_t^D - p_t = \gamma - \alpha \cdot (E_t p_{t+1} - p_t) + u_t \tag{7.12}$$

Подставим (7.12) в (7.11):

$$p_t = m_t - (\gamma - \alpha \cdot (E_t p_{t+1} - p_t) + u_t) \tag{7.13}$$

Из (7.13) найдем условие равновесного уровня цен p_t:

$$p_t = \frac{m_t - \gamma + \alpha \cdot E_t p_{t+1} - u_t}{1+\alpha} \tag{7.14}$$

(7.14) показывает, что текущее значение логарифма равновесного уровня цен будет зависеть от математического ожиданий будущего значения логарифма цен $E_t p_{t+1}$. В будущем будет точно такая же ситуация на рынке денег, в том смысле, что:

$$p_{t+1} = \frac{m_{t+1} - \gamma + \alpha \cdot E_{t+1} p_{t+2} - u_{t+1}}{1+\alpha} \tag{7.15}$$

Найдем условное математическое ожидание $E_t p_{t+1}$:

$$E_t p_{t+1} = \frac{E_t m_{t+1} - \gamma + \alpha \cdot E_t (E_{t+1} p_{t+2}) - E_t u_{t+1}}{1+\alpha}$$

Так как $E_t u_{t+1} = 0$, а по закону итеративных ожиданий $E_t(E_{t+1} m_{t+2}) = E_t m_{t+2}$, то:

$$E_t p_{t+1} = \frac{E_t m_{t+1} - \gamma + \alpha \cdot E_t p_{t+2}}{1+\alpha} \tag{7.16}$$

Подставим (7.16) в (7.14) и получим:

$$p_t = \frac{m_t + \frac{\alpha}{1+\alpha}\cdot E_t m_{t+1} - \gamma - \frac{\alpha}{1+\alpha}\cdot\gamma + \frac{\alpha^2}{1+\alpha}\cdot E_t p_{t+2} - u_t}{1+\alpha} \qquad (7.17)$$

Применив аналогичную процедуру к $E_t p_{t+2}$, $E_t p_{t+3}$ и т.д. получим зависимость текущего логарифма уровня цен от всей будущей динамики денежной массы:

$$p_t = \frac{(m_t + \frac{\alpha}{1+\alpha}\cdot E_t m_{t+1} + (\frac{\alpha}{1+\alpha})^2\cdot E_t m_{t+2} + \cdots) - \gamma\cdot(1 + \frac{\alpha}{1+\alpha} + (\frac{\alpha}{1+\alpha})^2 + \cdots) - u_t}{1+\alpha} \qquad (7.18)$$

так как $\frac{(1 + \frac{\alpha}{1+\alpha} + (\frac{\alpha}{1+\alpha})^2 + \cdots)}{1+\alpha} = \frac{\frac{1}{1 - \frac{\alpha}{1+\alpha}}}{1+\alpha} = 1$ (7.19)

то: $p_t = \frac{(m_t + \frac{\alpha}{1+\alpha}\cdot E_t m_{t+1} + (\frac{\alpha}{1+\alpha})^2\cdot E_t m_{t+2} + \cdots) - u_t}{1+\alpha} - \gamma$ (7.20)

Уравнение (7.20) показывает, что логарифм текущего уровня цен есть взвешенное среднее будущих значений логарифмов денежной массы m_{t+j} для $j = \overline{0,\infty}$. Чем более удаленное в будущем событие (чем больше j), тем меньше вес у данного события: $(\frac{\alpha}{1+\alpha})^j$ в бесконечной сумме.

Нас интересуют конечные решения уравнения (7.20). Нетрудно показать, что любой квазистационарный процесс изменения уровня логарифма денежной массы приводит к конечному решению (7.20). И лишь взрывные процессы изменения логарифма денежной массы m_t могут привести к бесконечному решению.

Стационарным рядом называется такой процесс x_t, у которого закон распределения случайной величины процесса x_t не изменяется со временем. Квазистационарным назовем такой процесс, который сводится к стационарному с помощью взятия конечного числа разностей.

Эмпирика показывает, что ни один процесс не является нестационарным в логарифмах в течение длительного времени, поэтому любая динамика m_t удовлетворяет условию наличия конечного решения уравнения (7.20).

Уравнение (7.20) является основным для анализа последствий каких либо действий властей в стране. В приложении показано, как уравнение (7.20) решается для различных типов динамики денежной массы. В частности разобраны случаи детерминированной денежной массы и стохастической денежной массы. Также в приложении проведен анализ динамики рынка денег для случая неполной информации.

Анализ, проведенный в приложении позволяет понять, что решение Кейгановской системы с рациональными ожиданиями не страдает теми недостатками, что модель с адаптивными ожиданиями. Проиллюстрируем это.

Уравнение решение уравнения (7.20) для случая стохастической денежной массы:

$$p_t = m_t + E_t a_t \cdot \alpha - \gamma - \frac{u_t}{1+\alpha} \qquad (П7.14)$$

где a_t - темп прироста денежной массы

(П7.14) показывает, (вывод смотри в приложении) что текущий уровень цен обусловлен только будущей динамикой денежной массы и никак не связан с прошлой динамикой денежной массы и цен. Там же в приложении показано, что ожидаемая инфляция

$$\pi^e_{t,t+1} = E_t \pi_{t+1} = E_t a_t + \frac{u_t}{1+\alpha} \qquad (П7.28а)$$

будет зависеть главным образом от текущих ожиданий агентов относительно темпа роста денежной массы в будущем. Можно сказать, что в системе с рациональными ожиданиями получается *forward looking solution* (вперед смотрящее решение).

Известно, что выход из гиперинфляции всегда осуществляется одним рывком: правительство перестает печатать деньги, привязывает курс своей валюты к стабильной иностранной, убеждает агентов в серьезности и долгосрочности своих действий. Агенты достаточно быстро соображают, что инфляцию в стране победили и меняют свои ожидания относительно будущей инфляции, и, соответственно, свое отношение к деньгам. Спрос на деньги достаточно быстро восстанавливается, и экономика начинает функционировать в нормальном режиме.

Подобное поведение экономической системы полностью согласуется с моделью Кейгана с рациональными ожиданиями: как только все агенты поверят правительству, что в будущем темп роста денежной массы будет невысоким, (то есть процесс накачки экономики необеспеченными деньгами прекратится) то сразу же инфляционные ожидания резко снизятся, а спрос на деньги возрастет. Никакого переходного процесса снижения ожиданий не будет.

Подведем итоги анализа гиперинфляции с использованием рациональных ожиданий:

1. В период гиперинфляции агенты становятся очень озабоченными правильным прогнозом инфляции (чтобы не потерять те деньги, которые у них находятся на руках). Такое поведение агентов лучше всего анализируется с помощью ГРО, которая предполагает, что агенты не делают систематических ошибок в прогнозе инфляции.
2. В период гиперинфляции рынок денег уравновешивается очень быстро за счет изменения уровня цен
3. Ожидания агентов формируются на основе информации о текущем темпе роста денежной массы и тех неожиданных шоков, которые произошли на стороне спроса на деньги. Текущий уровень цен напрямую не влияет на ожидания. Можно сказать, что проблема первичности уровня цен и ожиданий решена в пользу ожиданий, которые формируются раньше и обуславливают текущий уровень цен через спрос на деньги.
4. Проблема устойчивости также решена в модели с рациональными ожиданиями: любой невзрывной в логарифмах процесс роста денежной массы приведет к конечному

решению уравнения (20). Без роста денежной массы не будет происходить ни роста ожиданий, ни роста цен. Цены полностью определяются денежной массой.

7.3. Применение модели Кейгана с РО для анализа стабильной экономики

Мы уже отмечали ранее, что напрямую использовать результаты анализа гиперинфляционной экономики нельзя. Для этого есть несколько причин:

- Процессы на рынке денег в гиперинфлирующей экономики идут гораздо быстрее, что приводит к значительному масштабированию временной шкалы
- Размах колебаний прогнозируемых величин большой по сравнению со стабильной экономикой, что приводит к тому, что степень реакции агента на некоторые события может сильно отличаться от реакции в стабильной экономике.
- Модель поведения ЦБ будет гораздо сложнее, так как ЦБ пытается добиться целого спектра целей в экономике.
- Другие факторы, влияющие на уровень цен, не могут быть отброшены даже в долгосрочном периоде.

Все это делает невозможным эмпирическое тестирование коэффициентов интересующих нас зависимостей. Однако логические связи между переменными, проанализированные выше, в принципе, остаются в силе. Так сейчас очевидно, что ожидаемая инфляция зависит от ожиданий того, насколько увеличит ЦБ в будущем денежную массу.

Правда доказать положение о том, что волатильность ожиданий меньше волатильности самой случайной величины даже в принципе не представляется возможным. В краткосрочном и долгосрочном периодах множество факторов влияет на доходность активов, и исследователи давно не считают, что ожидания инфляции можно измерять с помощью ожидаемой номинальной доходности каких либо активов.

П7 Приложение. Анализ решения Кейгановской системы с РО для различных случаев динамики денежной массы

Динамика цен в модели с РО будет связана с ожидаемой в будущем динамикой денежной массы. Сначала проанализируем случай детерминированной динамики денежной массы, а потом рассмотрим более реалистичную стохастическую модель изменения денежной массы.

П7.1 Детерминированная денежная масса

Случай детерминированной денежной массы полезен для изучения стационарных состояний системы, и влияния стохастического спроса на деньги на уровень цен. В данной главе мы также рассмотрим свойство нейтральности денег.

Проанализируем два самых принципиальных частных случая динамики денежной массы.

П7.1.1 Нулевой темп прироста денежной массы

Пусть в текущий момент времени логарифм денежной массы равен m_t и в будущем изменений денежной массы не происходит $m_t = m_{t+1} = m_{t+2} = \cdots$. Тогда:

$$p_t = \frac{(m_t + \frac{\alpha}{1+\alpha} \cdot E_t m_{t+1} + (\frac{\alpha}{1+\alpha})^2 \cdot E_t m_{t+2} + \cdots) - u_t}{1+\alpha} - \gamma = m_t - \gamma - \frac{u_t}{1+\alpha} \qquad (\text{П7.1})$$

Логарифм реального предложения денег составит:

$$m_t - p_t = \gamma + \frac{u_t}{1+\alpha} \qquad (\text{П7.2})$$

Уравнения (П7.1) и (П7.2) показывают динамику цен и реального предложения денег. Видно, что данные процессы будут колебаться вокруг стационарных уровней $\overline{p} = m_t - \gamma$ и $\overline{m - p} = \gamma$. Колебания будут связаны со стохастическим характером функции спроса на деньги.

Отличие от случая адаптивных ожиданий не большое: в случае адаптивных ожиданий при колебаниях спроса колеблются сами стационарные уровни цен и реальной денежной массы, а фактические цены и реальные деньги потягиваются к ним. В случае рациональных ожиданий колебания спроса на деньги не изменяют стационарные уровни цен и реальной денежной массы, а приводят к краткосрочным отклонениям от них.

Заметим, что в каждый момент времени возникают ожидания изменения цен в будущем, так как в текущий момент времени цены отклоняются от стационарного уровня и агенты ожидают возвращения к нему. Так как $E_t p_{t+1} = E_t m_{t+1} - \gamma - \frac{E_t u_{t+1}}{1+\alpha} = m_t - \gamma$, то согласно ГРО ожидаемая инфляция составит: $\pi^e_{t,t+1} = E_t p_{t+1} - p_t = \frac{u_t}{1+\alpha}$

В итоге спрос на деньги в каждый момент времени будет равен:

$$m_t^D - p_t = \gamma - \alpha \cdot \pi^e_{t+1} + u_t = \gamma - \frac{\alpha}{1+\alpha} \cdot u_t + u_t = \gamma + \frac{u_t}{1+\alpha} \qquad (\text{П7.3})$$

Из (П7.2) и (П7.3) видно, что в каждый момент времени спрос на деньги равен предложению денег.

Шок спроса на деньги действует в двух направлениях: влияет на уровень цен и на ожидаемую инфляцию. Например, краткосрочное увеличение спроса в текущий период времени ($u_t > 0$) приведет к текущей инфляции $\Delta p_t = p_t - p_{t-1} = -\frac{u_t - u_{t-1}}{1+\alpha}$ (дефляция) и возникновению инфляционных ожиданий в будущем $\pi^e_{t,t+1} = E_t p_{t+1} - p_t = \frac{u_t}{1+\alpha}$. Реальная же инфляция, которая произойдет к периоду $t+1$ составит $\Delta p_{t+1} = p_{t+1} - p_t = \frac{u_t - u_{t+1}}{1+\alpha} = \frac{u_t}{1+\alpha} - \frac{u_{t+1}}{1+\alpha}$. Видим, что ошибка

$\Delta p_{t+1} - \pi^e_{t,t+1} = -\frac{u_{t+1}}{1+\alpha}$ не прогнозируется на основе информации, доступной в момент времени t:

$E_t(\Delta p_{t+1} - \pi^e_{t,t+1}) = 0$.

П7.1.2 Положительный темп прироста денежной массы

Пусть денежная масса растет с постоянным темпом прироста: $m_{t+1} = a + m_t$, где $a > 0$ - темп прироста денежной массы. В этом случае:

$$p_t = \frac{(m_t + \frac{\alpha}{1+\alpha} \cdot E_t m_{t+1} + (\frac{\alpha}{1+\alpha})^2 \cdot E_t m_{t+2} + \cdots) - u_t}{1+\alpha} - \gamma$$

$$p_t = m_t + \frac{a \cdot [\frac{\alpha}{1+\alpha} + 2 \cdot (\frac{\alpha}{1+\alpha})^2 + 3 \cdot (\frac{\alpha}{1+\alpha})^3 + \cdots]}{1+\alpha} - \gamma - \frac{u_t}{1+\alpha} = m_t + a \cdot \frac{\frac{\frac{\alpha}{1+\alpha}}{1-\frac{\alpha}{1+\alpha}} \cdot \frac{1}{1-\frac{\alpha}{1+\alpha}}}{1+\alpha} - \gamma - \frac{u_t}{1+\alpha}$$

$$p_t = m_t + a \cdot \alpha - \gamma - \frac{u_t}{1+\alpha} \tag{П7.4}$$

Так как $m_{t+1} = a + m_t$, то

$$p_{t+1} = m_{t+1} + a \cdot \alpha - \gamma - \frac{u_{t+1}}{1+\alpha} = a + m_t + a \cdot \alpha - \gamma - \frac{u_{t+1}}{1+\alpha} \tag{П7.4а}$$

Вычтем из (П7.4а) уравнение (П7.4) и получим уравнение динамики фактической инфляции:

$$\Delta p_{t+1} = p_{t+1} - p_t = a - \frac{u_{t+1} - u_t}{1+\alpha} \tag{П7.5}$$

Динамика ожидаемой инфляции:

$$\pi^e_{t,t+1} = E_t p_{t+1} - p_t = a + \frac{u_t}{1+\alpha} \tag{П7.6}$$

Из (П7.6) видно, что ожидаемая инфляция состоит из двух слагаемых. Первое показывает то, что люди будут закладывать в ожидания темп роста денежной массы a. Второе слагаемое аналогично случаю стационарной денежной массы возникает потому, что текущий уровень цен отклоняется от стационарного под действием стохастического спроса на деньги. При этом люди будут закладывать в свои ожидания возврат к стационарному уровню цен.

Также не трудно показать, что спрос на деньги будет равен предложению денег в каждый момент времени.

Заметим, что в случае роста денежной массы спрос на деньги меньше, чем без оного, так как люди постоянно ожидают повышения уровня цен в будущем и, соответственно, снижают свой спрос на деньги. Этот феномен, как уже отмечалось, хорошо подтверждается для случая гиперинфляции через сильное падение реальных денежных остатков.

П7.2 Стохастическая денежная масса

В реальности поведение денежной массы имеет стохастический характер, поэтому введем в анализ случайность, связанную с неизвестным значением денежной массы в будущем.

Если уж мы повернулись лицом к реальности, то необходимо рассматривать поведение постоянно растущей денежной массы, так как феномен роста денежной массы характерен как для гиперинфляции, которую мы активно взялись анализировать, так и для стабильной ситуации в экономике.

Существует два *основных* типа неопределенности относительно прогноза денежной массы в будущем:

- **неопределенность относительно уровня денежной массы**
- **неопределенность относительно темпа прироста денежной массы.**

Обычно, если прогноз краткосрочный, то первый тип неопределенности является преобладающим, если же прогноз долгосрочный, то есть делается на несколько периодов вперед, то неопределенность второго типа становится основной.

Для начала рассмотрим ситуацию, когда присутствует только неопределенность относительно уровня денежной массы, в то время как темп роста известен агентам и является величиной детерминированной.

П7.2.1 Детерминированный темп прироста денежной массы

Пусть закон изменения денежной массы следующий:

$$m_{t+1} = a + m_t + \varepsilon_{t+1} \qquad \text{(П7.7)}$$

$\varepsilon_t = N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ - белый шум

a - представляет детерминированный темп прироста денежной массы. И хотя сам темп прироста величина неслучайная говорят, что денежная масса, изменяющаяся по закону (П7.7) имеет стохастический тренд. Еще (П7.7) называют случайным блужданием со смещением a. В терминах уже введенных величин процесс (П7.7) является квазистационарным, так как первая разность процесса $m_{t+1} - m_t = a + \varepsilon_t$ является стационарным процессом.

Почему был выбран именно этот закон изменения денежной массы? Ответ следует искать в соответствии данного уравнения эмпирическим фактам. Эмпирика подтверждает, что денежная масса имеет именно стохастический тренд, а не детерминированный, поэтому уравнение (П7.7) одно из уравнений, наиболее адекватно описывающих реальное поведение денежной массы в большинстве стран. Еще более адекватным будет уравнение со случайным темпом роста, но его мы проанализируем ниже.

Итак, если денежная масса изменяется согласно (П7.7) то решение Кейгановской системы не сильно отличается от решения для детерминированной денежной массы (П7.4):

$$p_t = m_t + a \cdot \alpha - \gamma - \frac{u_t}{1+\alpha} \qquad \text{(П7.8)}$$

Видно, что в этом случае в уравнение динамики цен совпадает с (П7.4) с той разностью, что величина денежной массы случайная, и поэтому приносит в динамику цен новый источник неопределенности. Так как шоки спроса и предложения не связаны друг с другом $cor(u_t, \varepsilon_t) = 0$, то это означает увеличение дисперсии величины p_t.

Для периода $t+1$ имеем:

$$p_{t+1} = m_{t+1} + a \cdot \alpha - \gamma - \frac{u_{t+1}}{1+\alpha} \qquad \text{(П7.8a)}$$

Вычтем из (П7.8а) уравнение (П7.8) и получим динамику фактической инфляции:

$$\Delta p_{t+1} = p_{t+1} - p_t = m_{t+1} - m_t - \frac{u_{t+1} - u_t}{1+\alpha} = a + \varepsilon_{t+1} - \frac{u_{t+1} - u_t}{1+\alpha} \qquad \text{(П7.9)}$$

Ожидаемая инфляция аналогична случаю детерминированной денежной массы

$$\pi^e_{t,t+1} = E_t p_{t+1} - p_t = a + \frac{u_t}{1+\alpha} \qquad \text{(П7.10)}$$

То есть при известном темпе роста денежной массы шоки уровня денежной массы ε_t не оказывают влияния на динамику ожидаемой инфляции.

Ошибка прогноза : $\Delta p_{t+1} - \pi^e_{t,t+1} = -\frac{u_{t+1}}{1+\alpha} + \varepsilon_{t+1}$ (П7.11)

Видно, что дисперсия ошибки прогноза инфляции будет больше, чем при детерминированной денежной массе, так как добавляется новый источник неопределенности уровня цен ε_t, хотя математическое ожидание ошибки также нулевое $E_t(\Delta p_{t+1} - \pi^e_{t,t+1}) = 0$.

П7.2.2 Стохастический темп прироста денежной массы

Самым реалистичным случаем является случай, когда темп прироста является случайной величиной. Пусть уравнение денежной массы будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} m_{t+1} &= a_{t+1} + m_t + \varepsilon_{t+1} \\ a_{t+1} &= a_t + \eta_{t+1} \end{aligned} \qquad \text{(П7.12)}$$

здесь a_t - стохастический темп прироста денежной массы, η_t - случайное изменение темпа прироста $\eta_t = N(0, \sigma^2_\eta)$ - белый шум, не коррелированный с ε_t и u_t.

Мы считаем, что на темп прироста денежной базы a_t и на уровень денежной массы m_t действуют различные факторы, поэтому *шоки η_t и ε_t друг с другом не связаны*. В этом случае

$$m_{t+1} = m_t + a_t + \varepsilon_{t+1} + \eta_{t+1} \qquad \text{(П7.12a)}$$

$$E_t m_{t+j} = m_t + E_t a_t \cdot j \qquad \text{(П7.13)}$$

тогда подставляя (П7.12а) и (П7.13) в (7.20) получим:

$$p_t = m_t + E_t a_t \cdot \alpha - \gamma - \frac{u_t}{1+\alpha} \qquad \text{(П7.14)}$$

Уравнение (П7.14) аналогично уравнению с детерминированным темпом прироста (П7.8) с той разницей, что здесь темп прироста денежной массы a_t теперь случайный, что добавляет еще большую неопределенность в динамику цен.

Найдем динамику инфляции. Для этого сначала запишем (П7.14) для момента времени $t+1$:

$$p_{t+1} = m_{t+1} + E_{t+1}a_{t+1} \cdot \alpha - \gamma - \frac{u_{t+1}}{1+\alpha} \tag{П7.14a}$$

а затем найдем *(П7.14a) – (П7.14)=*

$$\pi_{t+1} = p_{t+1} - p_t = m_{t+1} - m_t + (E_{t+1}a_{t+1} - E_t a_t) \cdot \alpha - \frac{u_{t+1} - u_t}{1+\alpha} \tag{П7.15}$$

подставим (П7.12a) в (П7.15) и получим:

$$\pi_{t+1} = p_{t+1} - p_t = a_t + \varepsilon_{t+1} + \eta_{t+1} + (E_{t+1}a_{t+1} - E_t a_t) \cdot \alpha - \frac{u_{t+1} - u_t}{1+\alpha} \tag{П7.15a}$$

В уравнениях (П7.14) и (П7.15) присутствуют величины $E_t a_t$ и $E_{t+1}a_{t+1}$. Дело в том, что агенты могут не знать точного значения темпа роста даже в текущий момент времени, то есть они могут не владеть полной информацией о том, какой шок η в текущий момент времени. Дело в том, что если власти никак не комментируют текущий прирост денежной массы $\Delta m_{t+1} = a_t + \eta_{t+1} + \varepsilon_{t+1}$, то не понятно, смогут ли агенты достать информацию о том, каковы точные значения η_{t+1} и ε_{t+1}. Агенты наблюдают их сумму, но каждую величину по отдельности могут и не узнать. Кроме того, агенты могут так и не узнать значение даже предыдущего темпа роста, то есть величина $E_{t+1}a_t$ может в некоторых случаях оставаться случайной величиной.

Дальнейший анализ пойдет с точки зрения доступности агентам информации о политике ЦБ.

П7.2.2.1 Случай полной информации

Пусть в момент времени $t+1$ агенты обладают полной информацией о том, какова доля шока уровня ε_{t+1}, и какова доля шока темпа роста η_{t+1} в приросте денежной массы $\Delta m_{t+1} = a_t + \eta_{t+1} + \varepsilon_{t+1}$. Естественно, предыдущий темп прироста a_t им также известен.

В этом случае уравнения (П7.14) и (П7.14a) будут иметь вид:

$$p_t = m_t + a_t \cdot \alpha - \gamma - \frac{u_t}{1+\alpha} \qquad p_{t+1} = m_{t+1} + a_{t+1} \cdot \alpha - \gamma - \frac{u_{t+1}}{1+\alpha} \tag{П7.16}$$

Темп инфляции составит:

$$\pi_{t+1} = p_{t+1} - p_t = a_t + \varepsilon_{t+1} + \eta_{t+1} + (a_{t+1} - a_t) \cdot \alpha - \frac{u_{t+1} - u_t}{1+\alpha} = a_t + \varepsilon_{t+1} + \eta_{t+1} + \eta_{t+1} \cdot \alpha - \frac{u_{t+1} - u_t}{1+\alpha}$$

$$\pi_{t+1} = a_t + \varepsilon_{t+1} + \eta_{t+1} \cdot (1+\alpha) - \frac{u_{t+1} - u_t}{1+\alpha} \tag{П7.17}$$

В этом случае шок темпа роста η воздействует одновременно и на текущую денежную массу и на будущие значения денежной массы. Будущая денежная масса повлияет на будущие цены, а те в свою очередь повлияют на ожидаемую инфляцию уже сейчас. Увеличение ожидаемой инфляции снизит спрос на деньги, что и приведет к дополнительному увеличению уровня цен.

С точки зрения ожидаемой инфляции изменений не много: будущие шоки уровня ε_{t+1} и темпа роста η_{t+1} непредсказуемы на основе информации, доступной в момент времени t, также как будущий шок спроса на деньги u_{t+1}.

$$\pi^e_{t,t+1} = E_t p_{t+1} - p_t = a_t + \frac{u_t}{1+\alpha} \quad (\text{П7.18})$$

Заметим, что в случае полной информации в текущий момент времени t нам известен темп роста a_t, и, соответственно, известны η_t и ε_t.

Если в каждый момент времени известна текущая политика ЦБ, то агенты ориентируют свои ожидания на текущий прирост денежной массы a_t добавляя коррекцию случайного шока спроса на деньги.

Ошибка прогноза будет зависеть от непредсказуемых в данный момент t изменений политики ЦБ в будущем и будущего шока спроса на деньги:

$$\Delta p_{t+1} - \pi^e_{t,t+1} = -\frac{u_{t+1}}{1+\alpha} + \varepsilon_{t+1} + \eta_{t+1} \cdot (1+\alpha) \quad (\text{П7.19})$$

П7.2.2.2 Случай неполной информации

Пусть агенты не знают о конкретных значениях шока уровня и шока темпа роста, но обладают полной информацией о прошлом, то есть:

$E_t a_{t-1} = a_{t-1}$ - детерминированная величина

ε_t и η_t - случайные величины, реализации которых к моменту времени t нам не известны, но точно известна их сумма:

$$\varepsilon_t + \eta_t = \Delta m_t - a_{t-1} \quad (\text{П7.20})$$

Будем считать, что ЦБ объявит истинные ε_t и η_t в момент времени $t+1$, а пока истинных значений шоков агенты не знают.

Понятно, что с точки зрения текущего момента t, темп прироста денежной массы a_t - это случайная величина, реализация которой станет известна агентам, как уже было замечено, в период времени $t+1$.

В этом случае каждый из агентов рынка вправе трактовать произошедшее изменение денежной массы Δm_t по-своему. Кто-то решит, что наблюдаемый неожиданный прирост денежной массы $\Delta m_t - a_{t-1}$ произошел из-за того, что изменился темп роста денежной массы. Кто-то решит, что темп роста остался неизменным, а произошел шок уровня ε_t. Вполне возможны и более экстремальные варианты, например такой: ЦБ уже изменил темп роста денежной массы, но пытается скрыть это от агентов рынка, маскируя свои действия противонаправленным шоком уровня. Все эти мнения повлияют на ожидания агентов относительно будущих значений денежной массы, а, следовательно, относительно будущих цен и ожидаемой инфляции. Различные агенты будут иметь различные инфляционные ожидания, что отразится на спросе на деньги.

Какими бы ни были мнения агентов, уравнения динамики цен и инфляции (П7.14), (П7.14а), (П7.15) и (П7.15а) остаются в силе. Для правильной их интерпретации необходимо определиться о том, как агенты извлекают информацию о текущем темпе прироста денежной массы.

Заметим, что до настоящего момента времени мы игнорировали любую макроэкономическую динамику за исключением динамики цен, денежной массы и ожиданий. На данном этапе необходимо вспомнить, что рынок денег тесно связан с другими рынками и через него ЦБ осуществляет свое влияние на экономическую ситуацию в стране. Поэтому массив информации, который могут использовать агенты для прогнозирования текущего темпа роста денежной массы a_t, очень велик и выходит за узкие рамки рынка денег.

Посмотрим, какие варианты возможны с точки зрения точности прогнозов. Иногда ситуация на рынке денег настолько очевидна каждому, что мы попадаем в случай полной информации, то есть агентам достаточно информации, чтобы со 100%-ной уверенностью спрогнозировать текущий темп роста денежной массы. Но иногда ситуация запутана настолько, что никто ничего не может спрогнозировать точно. Если никакая другая информация, кроме информации о самом рынке денег помочь в прогнозировании не может (либо просто не доступна или не принимается в расчет), то рациональные агенты проведут анализ следующим образом.

Так как величины ε_t и η_t - это независимые нормально распределенные случайные величины, то совместная функция плотности распределения этих величин составит:

$$f(\varepsilon_t,\eta_t) = f(\varepsilon_t)\cdot f(\eta_t) = \frac{1}{2\cdot\pi\cdot\sigma_\varepsilon\cdot\sigma_\eta}\cdot\exp(-\frac{1}{2}\cdot[\frac{(\varepsilon_t - E\varepsilon_t)^2}{\sigma_\varepsilon^2}+\frac{(\eta_t - E\eta_t)^2}{\sigma_\eta^2}]) \qquad (П7.21)$$

Упростим (П7.21), учтя, что $E\varepsilon_t = E\eta_t = 0$

$$f(\varepsilon_t,\eta_t) = \frac{1}{2\cdot\pi\cdot\sigma_\varepsilon\cdot\sigma_\eta}\cdot\exp(-\frac{1}{2}\cdot\frac{\varepsilon_t^{\,2}\cdot\sigma_\eta^2+\eta_t^2\cdot\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_\varepsilon^2\cdot\sigma_\eta^2}) \qquad (П7.22)$$

Так как мы знаем сумму случайных величин: $\varepsilon_t+\eta_t = \Delta m_t - a_{t-1}$, то наша задача состоит в том, чтобы найти условное математическое ожидание величины $E(\eta_t|(\varepsilon_t+\eta_t = \Delta m_t - a_{t-1}))$. Для этого подставим (П7.20) в (П7.22):

$$f(\eta_t|(\varepsilon_t+\eta_t = \Delta m_t - a_{t-1})) = \frac{1}{2\cdot\pi\cdot\sigma_\varepsilon\cdot\sigma_\eta}\cdot\exp(-\frac{1}{2}\cdot\frac{[(\Delta m_t - a_{t-1})-\eta_t]^2\cdot\sigma_\eta^2+\eta_t^2\cdot\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_\varepsilon^2\cdot\sigma_\eta^2}) \qquad (П7.23)$$

Упростим (П7.23) и получим (П7.23а):

$$f(\eta_t|(\varepsilon_t+\eta_t=\Delta m_t-a_{t-1}))=\frac{1}{2\cdot\pi\cdot\sigma_\varepsilon\cdot\sigma_\eta}\cdot\exp(-\frac{1}{2}\cdot\frac{\eta_t^2\cdot(\sigma_\eta^2+\sigma_\varepsilon^2)-\eta\cdot 2\cdot(\Delta m_t-a_{t-1})\cdot\sigma_\eta^2+(\Delta m_t-a_{t-1})^2\cdot\sigma_\eta^2}{\sigma_\varepsilon^2\cdot\sigma_\eta^2})$$

Так как получившееся распределение будет нормальным, математическое ожидание величины η_t будет соответствовать максимуму функции $f(\eta_t|(\varepsilon_t+\eta_t=\Delta m_t-a_{t-1}))$. Для нахождения максимума (П7.23а) заметим, что максимум по η_t будет совпадать с максимумом любой функции, которая является положительным монотонным преобразованием (П7.23а). Поэтому для упрощения расчета производной сформируем функцию:

$$\varphi=2\cdot\sigma_\varepsilon{}^2\cdot\sigma_\eta{}^2\cdot\ln(f\cdot 2\pi\cdot\sigma_\varepsilon\cdot\sigma_\eta)=-[\eta_t^2\cdot(\sigma_\eta^2+\sigma_\varepsilon^2)-\eta\cdot 2\cdot(\Delta m_t-a_{t-1})\cdot\sigma_\eta^2+(\Delta m_t-a_{t-1})^2\cdot\sigma_\eta^2] \quad (\text{П24})$$

Продифференцируем (П7.24) по η_t и приравняем к нулю:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\eta_t}=-(2\cdot\eta_t\cdot(\sigma_\eta^2+\sigma_\varepsilon^2)-2\cdot(\Delta m_t-a_{t-1})\cdot\sigma_\eta^2)=0$$

Следовательно, ожидаемое значение шока темпа прироста, соответствующее максимум функций (П7.23) и (П7.24):

$$E\eta_t=\frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_\eta^2+\sigma_\varepsilon^2}\cdot(\Delta m_t-a_{t-1}) \quad (\text{П7.25})$$

Оказывается, что если нет никакой другой надежной информации для определения η_t, то согласно (П7.25) математическим ожиданием шока темпа прироста денежной массы является величина, равная доле дисперсии шока спроса в дисперсии суммы шоков темпа роста и уровня, умноженной на неожиданный прирост денежной массы (Δm_t-a_{t-1}). Нематематическое толкование (П7.25) говорит о том, что агентам стоит списать большую величину неожиданного прироста денежной массы (Δm_t-a_{t-1}) на тот шок, дисперсия которого больше. Например, если ЦБ часто неожиданно меняет темп роста и не часто меняет уровень денежной массы, то агентам стоит весь (Δm_t-a_{t-1}) «свалить» на шок темпа роста.

Еще раз заметим, что (П7.25) представляет собой расчет ожидаемого шока темпа прироста при использовании *минимума информации*: информации о динамике самой денежной массы и известного предыдущего темпа прироста. *Чем больше массив информации, тем более точный прогноз η_t с помощью нее можно сделать.*

Для любого сделанного прогноза темпа прироста денежной массы справедливым будет то, что чем больше спрогнозированная величина $E_t\eta_t$, тем больше будет равновесный уровень цен, так как агенты будут прогнозировать более высокие уровни денежной массы в будущем, а соответственно, и более высокие цены в экономике.

Если же агент прогнозирует темп прироста по формуле (П7.25), то равновесный уровень цен из (П7.14) составит:

$$p_t = m_t + E_t a_t \cdot \alpha - \gamma - \frac{u_t}{1+\alpha} = m_t + (a_{t-1} + \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_\eta^2 + \sigma_\varepsilon^2} \cdot (\varepsilon_t + \eta_t)) \cdot \alpha - \gamma - \frac{u_t}{1+\alpha} \qquad (П7.26)$$

У цен появляется другой источник динамики: ожидания относительно темпа роста денежной массы в будущем. Данные ожидания могут быть завязаны на динамику цены, а могут, как уже отмечалось, зависеть от общей ситуацией в экономике.

Нетрудно показать, что *дисперсия оценки темпа прироста будет меньше, чем дисперсия самого темпа прироста. Данное свойство характерно для любого прогноза в системах с рациональными ожиданиями.*

Следствие из данного вывода достаточно оригинально: неполнота информации о рынке приводит к уменьшению волатильности рынка.

Запишем (П7.26) для периода $t+1$ и найдем динамику инфляции:

$$p_{t+1} = m_{t+1} + (a_t + \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_\eta^2 + \sigma_\varepsilon^2} \cdot (\varepsilon_{t+1} + \eta_{t+1})) \cdot \alpha - \gamma - \frac{u_{t+1}}{1+\alpha} \qquad (П7.26а)$$

$$\pi_{t+1} = m_{t+1} - m_t + (a_t - a_{t-1} + \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_\eta^2 + \sigma_\varepsilon^2} \cdot (\varepsilon_{t+1} - \varepsilon_t + \eta_{t+1} - \eta_t)) \cdot \alpha - \frac{u_{t+1} - u_t}{1+\alpha}$$

$$\pi_{t+1} = a_t + \varepsilon_{t+1} + \eta_{t+1} + (\eta_t + \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_\eta^2 + \sigma_\varepsilon^2} \cdot (\varepsilon_{t+1} - \varepsilon_t + \eta_{t+1} - \eta_t)) \cdot \alpha - \frac{u_{t+1} - u_t}{1+\alpha} \qquad (П7.27)$$

Видно, что прирост цен будет зависеть не только от инноваций ε_{t+1} и η_{t+1} денежной массы, но и от старых инноваций ε_t и η_t. Это и не удивительно, ведь информация о шоках ε_t и η_t становится известной в момент времени $t+1$, поэтому неизбежно повлияет на инфляцию π_{t+1}.

Ожидаемая инфляция составит:

$$\pi_{t,t+1}^e = E_t \pi_{t+1} = E_t a_t + E_t \eta_t \cdot \alpha - (\varepsilon_t + \eta_t) \cdot \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_\eta^2 + \sigma_\varepsilon^2} \cdot \alpha + \frac{u_t}{1+\alpha} == a_{t-1} + (\varepsilon_t + \eta_t) \cdot \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_\eta^2 + \sigma_\varepsilon^2} + \frac{u_t}{1+\alpha} \qquad (П7.28)$$

Из (П7.28) следует, что

$$\pi_{t,t+1}^e = E_t \pi_{t+1} = E_t a_t + \frac{u_t}{1+\alpha} \qquad (П7.28а)$$

Еще раз убеждаемся, что незнание агентами истинного темпа прироста денежной массы уменьшает дисперсию инфляции и инфляционных ожиданий.